

2 Grundlagen der Beschleunigerphysik

Die Beschleunigung geladener Teilchen findet in der heutigen Zeit vielfältige Anwendungen, von der Erzeugung von Synchrotronstrahlung über Experimente zur Teilchenphysik bis hin zu medizinischen Behandlungen. In diesem Kapitel sollen die Grundlagen der Beschleunigerphysik im Vordergrund stehen, die für die Erzeugung von Synchrotronstrahlung entscheidend sind. Darüber hinaus wird ein Überblick über die Dynamik von Elektronen in Speicherringen gegeben.

2.1 Beschleunigung geladener Teilchen

Die Beschleunigung geladener Teilchen¹ basiert stets auf deren Wechselwirkung mit elektromagnetischen Feldern. Diese wird beschrieben durch die Lorentzkraft [7]:

$$\vec{F} = e \left(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E} \right) \quad (2.1)$$

Der durch ein magnetisches Feld $\vec{B}$ entstehende Anteil der Lorentzkraft wirkt senkrecht zum Feld und zu der Geschwindigkeit des Teilchens und verursacht somit eine Ablenkung. Der Anteil der Kraft, der aus einem elektrischen Feld $\vec{E}$ resultiert, bewirkt eine Beschleunigung entlang des Feldes. Die Energieänderung ΔE ist dann gegeben durch das Integral der Kraft über eine zurückgelegte Wegstrecke $d\vec{r}$:

$$\Delta E = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} d\vec{r} = e \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \left(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E} \right) d\vec{r} \quad (2.2)$$

Mit $d\vec{r} = \vec{v} dt$ und $(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0$, ergibt sich

$$\Delta E = e \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} d\vec{r} = eV \quad (2.3)$$

¹ Sofern nicht anders erwähnt, wird im Folgenden auf Elektronen Bezug genommen. Daher wird als Ladung die Elementarladung e angenommen.

mit der Potentialdifferenz V zwischen den Punkten $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$. Das bedeutet, dass mittels zeitlich konstanter, magnetischer Felder keine Energieänderung möglich ist. Diese werden jedoch zur Ablenkung, also der Strahlführung verwendet. Zur longitudinalen Beschleunigung von geladenen Teilchen werden elektrische Felder eingesetzt.

Die Ablenkung von geladenen Teilchen in einem homogenen Magnetfeld, welches senkrecht zum Geschwindigkeitsvektor ausgerichtet ist, lässt sich wegen der Gleichsetzung von Zentripetal- und Lorentzkraft durch eine Kreisbahn mit dem Radius

$$R = \frac{p}{eB} \quad (2.4)$$

beschreiben. Dies bietet die Grundlage für die Strahlführung in Kreisbeschleunigern.

Die Beschleunigung wird meist in elektrischen Wechselfeldern durchgeführt, hierfür wird eine Wechselspannung $V(t) = V_0 \sin(\omega t)$ verwendet. Das elektrische Wechselfeld wird von den Teilchen mehrfach durchlaufen, wobei der Energiegewinn pro Durchlauf einer Beschleunigungsstruktur zur Phase Ψ

$$\Delta E = eV_0 \sin(\Psi) \quad (2.5)$$

beträgt.

Je nach Art des Beschleunigers gibt es Unterschiede in der Realisierung des mehrfachen Durchlaufens von Beschleunigungsstrukturen. Man unterteilt die Familie der Teilchenbeschleuniger daher grundlegend in zwei Arten, die Linear- und die Kreisbeschleuniger.

In Linearbeschleunigern werden Teilchen beim einmaligen Durchlaufen einer oder mehrerer Beschleunigungsstrukturen auf die vorgesehene Energie gebracht und zum Beispiel für die Erzeugung von Synchrotronstrahlung verwendet. Beispiele für Linearbeschleuniger als Strahlungsquellen sind das derzeit am Karlsruher Institut für Technologie im Aufbau befindliche Experiment FLUTE [8] sowie der Freie-Elektronen-Laser XFEL am Gelände des DESY in Hamburg [9]. Darüber hinaus finden Linearbeschleuniger in der Medizintechnik, genauer in der Strahlentherapie Einsatz. Des Weiteren ist die Nutzung von Linearbeschleunigern für Kollisionsexperimente in der Teilchenphysik möglich. Ein Beispiel hierfür ist der lange Jahre in Betrieb gewesene Stanford Linear Collider [10], außerdem wird derzeit die Möglich-

keit des Aufbaus eines neuen Linearbeschleunigers in der Hochenergiephysik untersucht [11].

Bei Kreisbeschleunigern werden dieselben Beschleunigungsstrukturen wiederholt durchlaufen, indem homogene Magnetfelder die Teilchen entsprechend Gleichung 2.4 auf eine geschlossene Bahn zwingen. So kann die Teilchenenergie bis hin zu gewissen Grenzen bei jedem Umlauf erneut gesteigert bzw. Energieverluste durch Synchrotronstrahlung ausgeglichen werden. Die beschleunigten Teilchen können für dasselbe Experiment mehrfach genutzt werden. Eine Art des Kreisbeschleunigers ist das Synchrotron, welches im folgenden Kapitel näher erläutert wird. Kreisbeschleuniger, oder genauer Speicherringe, finden ebenfalls vielseitige Anwendungsgebiete. Beispiele sind die Nutzung als Synchrotronstrahlungsquelle, wie es an ANKA der Fall ist oder die Anwendung in Experimenten der Hochenergiephysik, also für Kollisionsexperimente. Der bekannteste, momentan aktive Beschleuniger in diesem Bereich ist der Large Hadron Collider am CERN [12]. Des Weiteren finden Speicherringe auch in der Medizintechnik Einsatz, wie zum Beispiel am Heidelberger Ionenstrahl-Therapiezentrum HIT [13].

Da jeder Beschleunigertyp nur für gewisse Energiebereiche geeignet ist, kommen in fast allen Einrichtungen mehrere verschiedene Beschleuniger zum Einsatz, um die Teilchen nach und nach an die vorgesehene Energie heranzuführen.

2.2 Das Synchrotron

Das Synchrotron ist eine häufig verwendete Bauform des Kreisbeschleunigers. Im Gegensatz zu anderen Beschleunigertypen wie zum Beispiel dem Zyklotron, bei welchen das Magnetfeld konstant gehalten wird und sich der Radius der Kreisbahn mit ansteigender Energie bzw. Impuls ändert (vgl. Gl. 2.4), wird hier das Magnetfeld derart angepasst, dass der Ablenkradius konstant bleibt. Dies ermöglicht deutlich größere Bauformen von Beschleunigern und dementsprechend höhere erreichbare Teilchenenergien.

In einem Synchrotron befindet sich der Elektronenstrahl nicht über die gesamte Wegstrecke im homogenen Magnetfeld. Es werden zur Erzeugung einer geschlossenen Bahn Dipolmagnete verwendet, in deren Innerem ein homogenes Magnetfeld herrscht. In den geraden Abschnitten dazwischen werden magnetische Strahlführungselemente und Diagnoseinstrumente eingesetzt, um

eine stabile Umlaufbahn, im Folgenden nach dem englischen Begriff *Orbit* genannt, zu realisieren.

In den geraden Abschnitten befinden sich darüber hinaus Beschleunigungsstrukturen, um die Energie der Teilchen zu erhöhen oder bei der gewünschten Energie die durch Synchrotronstrahlung entstehenden Verluste zu kompensieren. Hierfür werden Hohlraumresonatoren, im Folgenden *Cavities* genannt, verwendet. Es werden elektromagnetische Wellen in die Cavities eingekoppelt, sodass ein elektrisches Wechselfeld in Propagationsrichtung entsteht, welches zur Beschleunigung der Elektronen dient. Die Frequenz des Wechselfeldes f_{RF} liegt in der Regel im Bereich der Hochfrequenz (engl.: RF, *radio frequency*), von mehreren 100 MHz bis hin zu einigen GHz. Damit die Elektronen das Wechselfeld stets zur gleichen Phase durchlaufen, wird für die Beschleunigungsfrequenz ein Vielfaches der Umlauffrequenz gewählt. Die Umlauffrequenz berechnet sich aus dem Umfang L des Speicherrings für relativistische Teilchen als $f_{rev} = c/L$. Es gilt für Hochfrequenz und Umlauffrequenz die Beziehung

$$f_{RF} = h f_{rev} \quad (2.6)$$

mit der harmonischen Zahl h . Da die Elektronenbewegung lediglich in einem eingegrenzten Bereich um die synchrone Phase des Beschleunigungsfeldes stabil ist, befindet sich im Speicherring kein kontinuierlicher Elektronenstrahl, sondern eine durch die harmonische Zahl vorgegebene Anzahl an möglichen Elektronenpaketen (engl.: *bunches*).

Die Anzahl der sich im Speicherring befindlichen Elektronen N wird meist über den Strahlstrom angegeben:

$$I = N e f_{rev}. \quad (2.7)$$

2.3 Strahldynamik

Für ein Teilchen mit dem vorgesehenen Impuls p_0 kann in einem Speicherring eine ideale, geschlossene Umlaufbahn definiert werden, die sogenannte Sollbahn. Um die Abweichung der Bahn eines beliebigen Teilchens im Vergleich hierzu zu beschreiben, wird ein Koordinatensystem verwendet, dessen Ursprung im Referenzteilchen liegt. Die z-Achse führt immer tangential zur Sollbahn, die x-Achse entspricht der Ebene, in der die Ablenkung durchgeführt wird, also in der Regel der horizontalen Ebene. Der sechsdimensionale

Vektor $\vec{x}(t) = (x, x', y, y', z, \Delta p)$ gibt somit zu jeder Zeit die Position und den longitudinalen Impuls des Teilchens relativ zu denen des Referenzteilchens, sowie die Divergenzen $x' = \frac{dx}{dz}$ bzw. $y' = \frac{dy}{dz}$ an.

Wegen der endlichen Ausdehnung, Divergenz und Impulsverteilung der Bunche ist es für die Erhaltung einer stabilen Umlaufbahn notwendig, zusätzlich zu den Cavities zur Beschleunigung und den Ablenkmagneten weitere, fokussierende Strahlführungselemente einzuführen. In der transversalen Ebene dienen Quadrupolmagnete zur Fokussierung des Strahls, die longitudinale Fokussierung wird durch das elektrische Wechselfeld zur Beschleunigung herbeigeführt.

2.3.1 Transversale Strahldynamik

Eine transversale Fokussierung des Elektronenstrahls wird mit Hilfe von Quadrupolmagneten vorgenommen. Das Magnetfeld im Inneren dieser Magnete ist linear abhängig von der Position im Magneten [14]:

$$B_x = -gy \quad (2.8)$$

$$B_y = gx, \quad (2.9)$$

wobei g der Gradient des Feldes ist. Oft wird die Quadrupolstärke

$$k = \frac{e}{p}g \quad (2.10)$$

verwendet. Durch den Gradienten des Feldes durchlaufen Elektronen, die den Quadrupol mit einem höheren Abstand von der Mitte passieren, ein stärkeres Magnetfeld und erfahren eine stärkere Ablenkung als die Elektronen näher an der Strahlachse. Der Feldverlauf in Quadrupolen hat jedoch zur Folge, dass die resultierende Kraft auf die Elektronen nur auf einer der transversalen Achsen als Rückstellkraft wirkt, der Strahl also fokussiert wird. Für die andere Achse ist diese Kraft nach außen gerichtet und defokussiert den Strahl. Eine umgekehrte Ausrichtung des Magnetfeldes kehrt dieses Verhalten um, die Fokussierung findet nun in der zuvor defokussierten Ebene statt. Daher werden in einem Speicherring sowohl horizontal als auch vertikal fokussierende Quadrupole verwendet.

Analog zu Linsen in der Optik besitzen Quadrupolmagnete eine Brennweite,

die sich durch

$$f = -\frac{1}{kl} \quad (2.11)$$

mit der Länge des Quadrupols l berechnet. Diese Brennweite ist über die Quadrupolstärke abhängig von Impuls p der Teilchen, wie aus Gleichung 2.10 hervorgeht. Dies führt, ebenfalls analog zur Optik, zu chromatischen Fehlern. Zum Ausgleich von chromatischen Aberrationen und Gradientenfehlern, also Nichtlinearitäten im Feldverlauf, werden Sextupolmagnete verwendet.

Wird zunächst von Elektronen mit gleichem Impuls ausgegangen, kann für die Bewegung im magnetischen Dipolfeld und im Feld von Quadrupolmagneten eine Bewegungsgleichung aufgestellt werden, die Hillsche Differentialgleichung:

$$u''(z) + K(z)u(z) = 0 \quad (2.12)$$

mit u als Koordinate x oder y , und $K_x(z) = k(z) + 1/R(z)^2$, wobei $R(z)$ der örtliche Ablenkradius im Dipolmagneten ist, bzw. $K_y(z) = -k(z)$.

Die Lösung dieser Differentialgleichung ist gegeben durch

$$u(z) = \sqrt{\epsilon\beta(z)} \cos(\psi(z) + \psi_0), \quad (2.13)$$

mit der Einzelteilchenemittanz ϵ , der Beta-Funktion $\beta(z)$ und der Phase ψ . Die Emittanz ist als die von der Trajektorie eines Teilchens im Phasenraum (u, u') eingeschlossene, durch eine Ellipse beschriebene, Fläche zu verstehen. Aufgrund der Erhaltung des Phasenraumvolumens nach dem Theorem von Liouville ist diese Fläche unter der Einwirkung von ausschließlich konservativen Kräften konstant, während sich die Ausrichtung und Form der Ellipse stetig ändern.

Die Beta-Funktion gibt eine Einhüllende der Schwingung einzelner Teilchen um die Sollbahn, auch Betatronschwingung genannt, an und ist gleichzeitig mit der Phase verknüpft, die sich durch

$$\psi(z) = \int_0^z \frac{dz}{\beta(z)} \quad (2.14)$$

berechnet. Das bedeutet, dass der Phasenvorschub sich über die Wegstrecke nicht linear verhält, die Schwingung also nicht an jeder Stelle eines Speicherrings gleichmäßig schnell abläuft. In Abbildung 2.1 sind Bahnen mehrerer

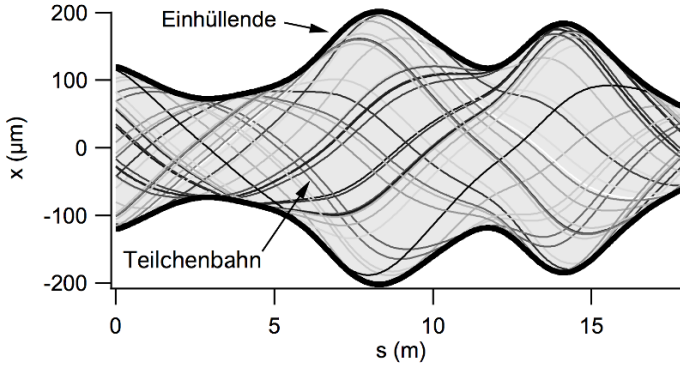


Abbildung 2.1: Darstellung mehrerer Teilchenbahnen für unterschiedliche Anfangsphasen. Die Einhüllende aller möglichen Bahnen ist durch die Emittanz und die Beta-Funktion mit $\sqrt{\epsilon\beta(z)}$ gegeben. Nach [7, S. 90]

Teilchen mit unterschiedlicher Anfangsphase ψ_0 sowie die Einhüllende dargestellt.

Die Anzahl der Schwingungen pro Umlauf des Speicherrings mit dem Umfang L wird $Tune\ Q_u$ genannt, lässt sich über den Phasenvorschub berechnen und stellt das Verhältnis aus der Frequenz der Betatronschwingung und der Umlauffrequenz dar:

$$Q_u = \frac{\psi(L)}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \int_0^L \frac{dz}{\beta(z)} = \frac{f_\beta}{f_{rev}}. \quad (2.15)$$

Bis zu diesem Punkt wurde angenommen, dass alle Teilchen denselben Impuls p_0 besitzen. Werden nun kleine Abweichungen Δp zugelassen, kommt es zu dispersiven Effekten in den Dipolmagneten, da Teilchen mit unterschiedlichem Impuls anhand Gleichung 2.4 verschieden stark abgelenkt werden. Es ergibt sich ein Korrekturterm zu Gleichung 2.13:

$$u(z) = \sqrt{\epsilon\beta(z)} \cos(\psi(z) + \psi_0) + D(z) \frac{\Delta p}{p_0}. \quad (2.16)$$

$D(z)$ wird die Dispersionsfunktion genannt und lässt sich anhand der Magnetoptik berechnen. Für die Ablenkung in einem Dipolmagneten mit homogenem Magnetfeld gilt

$$D(z) = R \left(1 - \cos \left(\frac{z}{R} \right) \right) \quad (2.17)$$

mit dem Ablenkradius R für Teilchen des Impulses p_0 . Abbildung 2.2 zeigt am Beispiel des Speicherrings ANKA sowohl die Beta-Funktionen als auch die Dispersionsfunktion über einen der vier optisch gleich aufgebauten Sektoren. Da die Ablenkung in den Dipolmagneten lediglich in der horizontalen Ebene stattfindet, kann von $D_y(z) = 0$ ausgegangen werden.

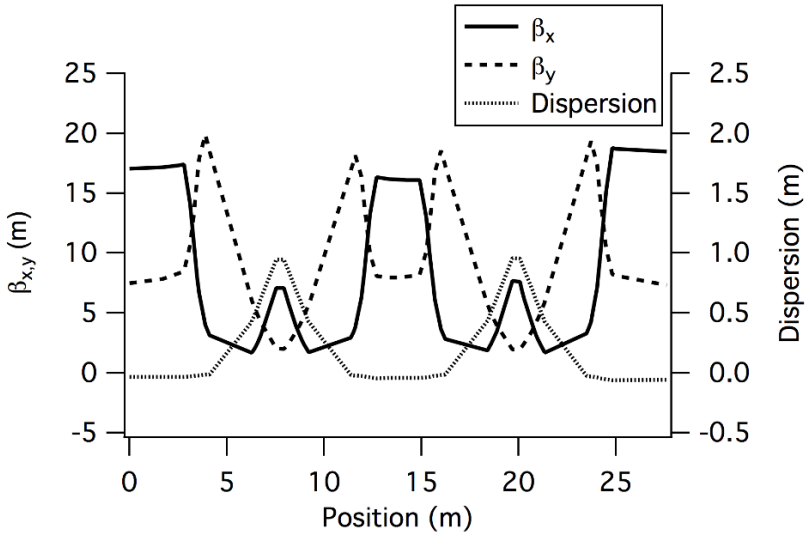


Abbildung 2.2: Darstellung der optischen Funktionen über einen der vier Sektoren des Speicherrings ANKA. Die Beta-Funktionen sind über die Emittanz verknüpft zu den in Abbildung 2.1 dargestellten Einhüllenden und damit entscheidend für die transversale Strahlgröße. Die Dispersionsfunktion gibt die Abweichung der Bahn eines Teilchens mit der Impulsabweichung $\Delta p/p_0 = 1$ von der Sollbahn an. [15]

Wie in den Dipolmagneten führen Abweichungen des Teilchenimpulses vom Sollwert auch in Quadrupolmagneten zu unterschiedlichen Ablenkungen. Analog zur Linsenoptik spricht man hier von Farbfehlern. Dies verursacht, dass Teilchen mit dem Impuls $p_0 + \Delta p$ einen leicht verschiedenen Tune besitzen. Die Abweichung des Tunes von dem des Sollteilchens wird durch die Chromatizität Q' beschrieben:

$$\Delta Q = Q' \frac{\Delta p}{p_0}. \quad (2.18)$$

Da jedes Elektron eine leicht unterschiedliche Einzelteilchenemittanz besitzt und die Verteilung einer statistischen Verteilung folgt, wird für einen gesamten Bunch die Emittanz ϵ als Breite dieser Verteilung definiert. Die Breite der Impulsverteilung wird mit σ_p angegeben. Die transversale räumliche Ausdehnung des Bunches, genannt Strahlgröße, wird durch die Amplitude der Betatronschwingung nach Gleichung 2.16, zuzüglich eines durch dispersive Effekte entstehenden Korrekturterms beschrieben:

$$\sigma_u(z) = \sqrt{(\epsilon\beta(z)) + \left(D(z)\frac{\sigma_p}{p_0}\right)^2}. \quad (2.19)$$

2.3.2 Longitudinale Strahldynamik

Die Impulsverteilung der Elektronen führt ohne eine entsprechende Fokussierung zu einem longitudinalen Auseinanderdriften der Bunche. Verhindert wird dies durch die Fokussierung in den beschleunigenden Elementen, den Cavities.

Als Modell kann sich ein Speicherring mit einer einzigen Cavity vorgestellt werden. Diese gleicht die Energieverluste durch Synchrotronstrahlung aus, indem ein auf der Sollbahn befindliches Teilchen mit Impuls p_0 das elektrische Feld zur synchronen Phase Ψ_s durchläuft. Somit entspricht der Energiegewinn für einen Durchlauf des elektrischen Feldes gerade dem Energieverlust eines Elektrons über einen Umlauf des Speicherrings U_0 . Anhand Gleichung 2.5 ergibt sich

$$\Delta E = eV_0 \sin(\Psi_s) = U_0. \quad (2.20)$$

Besitzt ein Elektron zu Beginn des Umlaufs einen leicht erhöhten Impuls

($\Delta p > 0$), wird auf Grund der Dispersion eine andere Bahn von dem Elektron beschrieben, die zurückgelegte Strecke ist um ΔL länger. Da im Falle hochrelativistischer Elektronen die Geschwindigkeitsdifferenz für kleine Impulsabweichungen vernachlässigt werden kann, trifft das Teilchen wegen der weiteren Umlaufbahn später am Beschleunigungselement ein und somit zu einer zur synchronen Phase leicht verschobenen Phase des Wechselfeldes. Das Elektron erfährt dann eine geringere Beschleunigung als zur synchronen Phase und nähert sich somit wieder dem Sollimpuls p_0 und damit über mehrere Umläufe an Ψ_s an. Elektronen mit niedrigerem Impuls ($\Delta p < 0$) beschreiben im Gegensatz dazu eine kürzere Umlaufbahn, benötigen dafür weniger Zeit, werden stärker beschleunigt und somit ebenfalls an den Sollimpuls herangeführt. Dieses Verhalten wird Phasenfokussierung genannt und ist in Abbildung 2.3 schematisch dargestellt.

Wird ein Elektron, ursprünglich mit $\Delta p > 0$ und der resultierenden Phasenabweichung $\varphi = \Psi - \Psi_s > 0$, über mehrere Umläufe hinweg zur synchronen Phase hin fokussiert, indem der Impuls verringert wird, besitzt es im Moment des Durchlaufs der synchronen Phase jedoch noch einen zu geringen

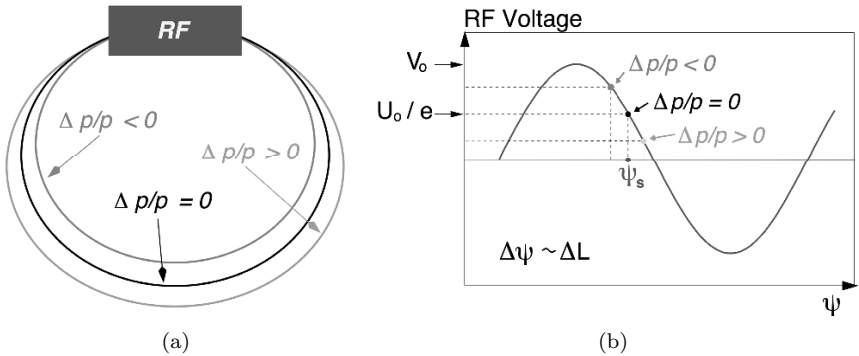


Abbildung 2.3: Prinzip der Phasenfokussierung. Aufgrund von leichten Abweichungen zum Sollimpuls werden von den Elektronen unterschiedlich lange Bahnen beschrieben (a). So gelangen Teilchen mit höherem Impuls später zurück zur Beschleunigungsstruktur, erfahren eine geringere Beschleunigung (b) und nähern sich somit wieder dem idealen Impuls p_0 an. [16]

Impuls und gerät über diese hinaus zu einer Phasenabweichung $\varphi < 0$. Dies führt zu einer Oszillation der Phasendifferenz φ und der Impulsabweichung Δp , der Synchrotronoszillation.

Die Frequenz der Synchrotronoszillation für hochrelativistische Elektronen beträgt [14]

$$f_s = f_{rev} \sqrt{\frac{h\alpha_c}{2\pi E}} e V_0 \cos(\Psi_s). \quad (2.21)$$

Oft wird auch der Synchrotron Tune angegeben:

$$Q_s = \frac{f_s}{f_{rev}}, \quad (2.22)$$

wobei h die harmonische Zahl und α_c der *Momentum-Compaction-Faktor* ist. Dieser ist ein Maß für die Änderung der Wegstrecke in Abhängigkeit von der Impulsabweichung der Teilchen,

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha_c \frac{\Delta p}{p_0}, \quad (2.23)$$

und ergibt sich aus dem Integral der Dispersionsfunktion über einen vollständigen Umlauf des Speicherrings:

$$\alpha_c = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{D(z)}{R(z)} dz \quad (2.24)$$

Anhand der Synchrotronfrequenz und der Energieverteilung σ_p lässt sich die natürliche RMS-Bunchlänge berechnen:

$$\sigma_z = \frac{c|\alpha_c|}{2\pi f_s} \frac{\sigma_p}{p_0}. \quad (2.25)$$

Analog zur Betatronsoschwingung beschreibt ein Elektron während der Synchrotronsoschwingung ebenfalls eine Ellipse im Phasenraum, in diesem Fall im longitudinalen Phasenraum $(z, \Delta p)$. Wegen des periodischen Verlaufs des elektromagnetischen Wechselfeldes ist die Stabilität der Schwingung von dessen Phase abhängig. In Abbildung 2.3 (b) ist verdeutlicht, dass die Phasenfokussierung auf der abfallenden Flanke des Spannungsverlaufs erfolgt. Befindet sich ein Elektron auf der ansteigenden Flanke, wirkt dieser Effekt entgegengesetzt und ein Teilchen, das nicht exakt den Sollimpuls besitzt,

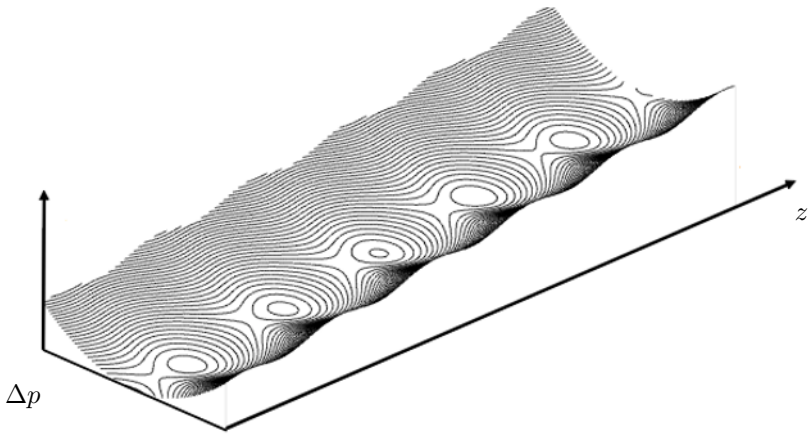


Abbildung 2.4: Darstellung des Potentials im longitudinalen Phasenraum über mehrere Perioden der Wechselspannung. Die stabilen Bereiche, die von geschlossenen Äquipotentiallinien, also möglichen Phasenraumellipsen, eingeschlossen werden, werden RF-Buckets genannt. [14, S. 210]

wird aus diesem Bereich verdrängt. Dieser Phasenbereich ist also nicht stabil. In Abbildung 2.4 ist das Potential im Phasenraum über mehrere Perioden der Wechselspannung dargestellt. Die stabilen Bereiche im Phasenraum werden *RF-Buckets* genannt und sind der Grund für die Bildung von Bunchen. Die Anzahl der RF-Buckets über einen Speicherring hinweg entspricht der Anzahl der möglichen Bunche und somit der harmonischen Zahl h .

2.4 Synchrotronstrahlung

Werden geladene Teilchen in einem magnetischen Feld abgelenkt, so kann die Emission von elektromagnetischer Strahlung tangential zur Teilchenbahn beobachtet werden. Diese Strahlung, auf deren Eigenschaften in diesem Kapitel eingegangen wird, wird Synchrotronstrahlung genannt.

Die Leistung der emittierten Strahlung eines Elektrons kann nach [7, S. 38 ff.]

berechnet werden durch

$$P_s = \frac{e^2 c}{6\pi\epsilon_0} \frac{1}{R^2} \frac{E^4}{(m_0 c^2)^4} \quad (2.26)$$

mit der Dielektrizitätskonstante ϵ_0 , dem lokalen Ablenkradius R , der Teilchenenergie E und deren Ruhemasse m_0 . Die Proportionalität $P_s \propto (m_0)^{-4}$ macht deutlich, dass zur Erzeugung von Synchrotronstrahlung die Beschleunigung von Elektronen wegen deren geringer Masse von Vorteil ist.

Gleichzeitig bringt dies für Teilchenbeschleuniger für hohe Energien eine starke Problematik mit sich, wie die Berechnung des Energieverlusts über einen Umlauf zeigt:

$$\Delta E = \oint P_s \frac{dz}{R(z)^2} = \frac{e^2}{3\epsilon_0} \frac{1}{R} \frac{E^4}{(m_0 c^2)^4}. \quad (2.27)$$

Somit ist also auch der Energieverlust für die leichten Elektronen deutlich höher. Diese Energie muss den Teilchen in den Beschleunigungsstrecken wieder zugeführt werden.

Das Spektrum der emittierten Synchrotronstrahlung ist stark von der Teilchenenergie abhängig [7]. Abbildung 2.5 zeigt das inkohärente Synchrotronstrahlungsspektrum am Beispiel der Synchrotronstrahlungsquelle ANKA für eine Energie von 1,3 GeV. Das Spektrum wird häufig durch die kritische Frequenz

$$\omega_c = \frac{3c\gamma^3}{2R} \quad (2.28)$$

mit γ als relativistischem Lorentzfaktor charakterisiert. Die kritische Frequenz entspricht der Frequenz, die das Spektrum anhand der emittierten Leistung in zwei gleich große Hälften teilt. Weiterhin wird oftmals die typische Frequenz angegeben, bei welcher das Strahlungsspektrum ihr Maximum besitzt:

$$\omega_{typ} \approx \pi \omega_c = \frac{3\pi c\gamma^3}{2R}. \quad (2.29)$$

Eine weitere interessante Eigenschaft der Synchrotronstrahlung ist die Winkelverteilung der abgestrahlten Photonen. Im Ruhesystem der Elektronen entspricht die Winkelverteilung der eines Hertz'schen Dipols, wie in Abbildung 2.6 (a) zu sehen ist. Über eine Lorentztransformation kann diese Verteilung für ein im Vergleich zum Elektron bewegtes Bezugssystem be-

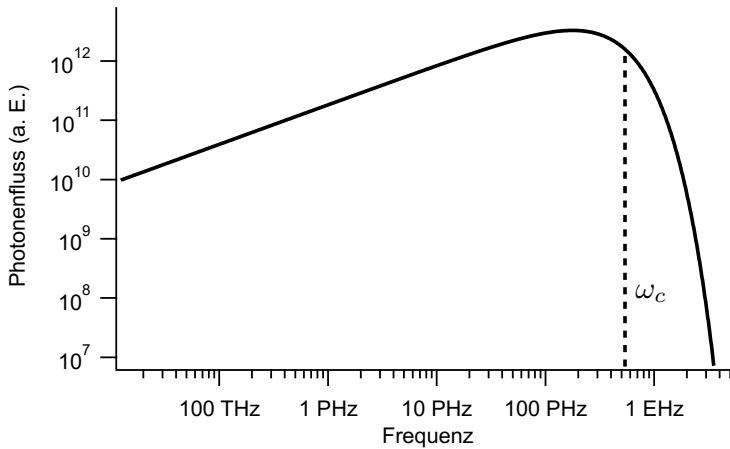


Abbildung 2.5: Darstellung des Synchrotronstrahlungsspektrums an der Synchrotronstrahlungsquelle ANKA mit der typischen Frequenz ω_c für eine Strahlenergie von 1,3 GeV.

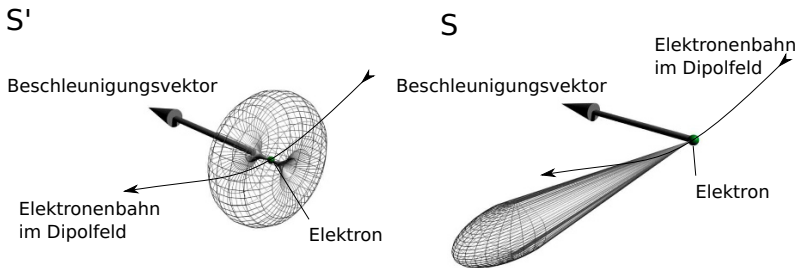


Abbildung 2.6: Die Winkelverteilung der emittierten Synchrotronstrahlung im Ruhesystem des Elektrons entspricht einem Hertz'schen Dipol. Die Lorentztransformation für hochrelativistische Elektronen in das Bezugssystem des Beobachters bewirkt eine Verformung zu einem schmalen Strahlungskegel, tangential zur Trajektorie. [17]

rechnet werden. Für höhere Lorentzfaktoren γ verändert sich die Verteilung dahingehend, dass ein nach vorne gerichteter Strahlungskegel entsteht (siehe Abb. 2.6 (b)), dessen Öffnungswinkel

$$\tan \Theta \approx \frac{1}{\gamma} \quad (2.30)$$

beträgt. Im Fall der Synchrotronstrahlungsquelle ANKA werden Elektronen auf eine Energie von bis zu 2,5 GeV beschleunigt, wodurch sich ein Lorentzfaktor von $\gamma \approx 4892$ ergibt. Der Öffnungswinkel beträgt somit $\Theta \approx 0,012^\circ$.

2.5 Kohärente Synchrotronstrahlung

Der Effekt der kohärenten Synchrotronstrahlung (engl.: *coherent synchrotron radiation*, CSR) bietet die Möglichkeit, sehr hohe Strahlungsleistungen im Bereich der Mikrowellen- und Terahertzstrahlung zu erreichen. Kohärente Synchrotronstrahlung entsteht, wenn die Länge σ_z eines Bunches kleiner als oder in der selben Größenordnung wie die emittierte Wellenlänge λ ist: $\sigma_z \leq \lambda$. Ist diese Bedingung erfüllt, werden die Photonen der im Bunch befindlichen Elektronen annähernd phasengleich emittiert. Dies bewirkt eine Verstärkung der Strahlungsleistung in dem entsprechenden Bereich des Synchrotronstrahlungsspektrums. Im Vergleich zur inkohärenten Strahlungsleistung $P_{incoh.}$ eines Bunches von N Elektronen gilt für die kohärente Leistung [14, S. 780 ff.]

$$P_{coh.} = P_{incoh.} (1 + (N - 1) f(\sigma_z, \lambda)), \quad (2.31)$$

wobei $f(\sigma_z, \lambda)$ Formfaktor genannt wird. Für eine gaußsche longitudinale Ladungsverteilung innerhalb des Bunches gilt

$$f(\sigma_z, \lambda) = \exp \left(-4\pi^2 \left(\frac{\sigma_z}{\lambda} \right)^2 \right). \quad (2.32)$$

Die maximale Verstärkung der Strahlungsleistung beträgt also N , wobei die Anzahl an Elektronen in einem Bunch sich meist in der Größenordnung $10^8 - 10^{10}$ befindet. Abbildung 2.7 zeigt die Verstärkung von Teilen des elektromagnetischen Spektrums durch den Effekt der kohärenten Synchrotronstrahlung.

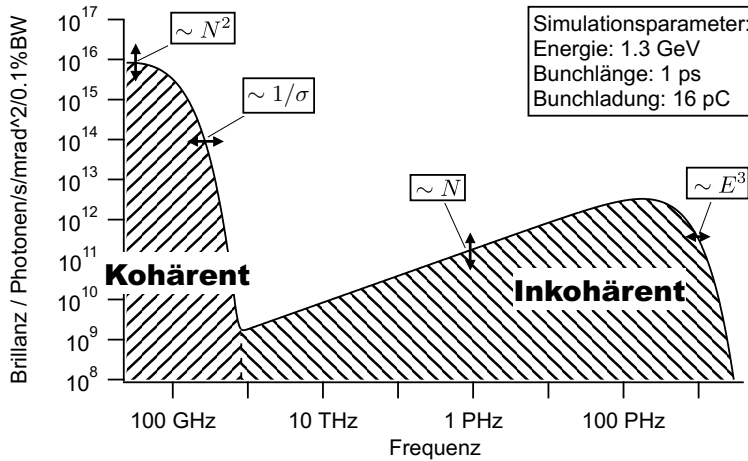


Abbildung 2.7: Vergleich des inkohärenten und des kohärenten Synchrotronstrahlungsspektrums. Die Verstärkung für große Wellenlängen kommt durch die kohärente Emission von Photonen zustande und bewirkt Verstärkungen der Strahlungsleistung bis zu einem Faktor der Teilchenanzahl in einem Elektronenpaket.

2.6 Microbunching-Instabilitäten

Um den Bereich der kohärenten Synchrotronstrahlung für immer höhere Frequenzen zugänglich zu machen, wird an einigen Strahlungsquellen die natürliche Bunchlänge durch die Anpassung der Strahloptiken verkleinert. Hierbei treten jedoch Nebeneffekte auf, die zur Verminderung der Lebensdauer des Strahls bis hin zu abrupten Strahlverlusten führen können. Darüber hinaus kommt es zu Instabilitäten in der Ladungsverteilung der Bunche, diese werden aufgrund ihrer Charakteristiken *Microbunching-Instabilitäten*, *Mikrowellen-Instabilitäten* oder *Bursting* genannt.

Durch die longitudinale Kompression von Elektronenpaketen und die daraus resultierende verstärkte Emission von kohärenter Synchrotronstrahlung kommt es in Speicherringen zu verstärkten Wechselwirkungen zwischen den Elektronen und zwischen den Elektronenpaketen. Gründe hierfür sind die Impedanz des Strahlrohrs und die kohärente Synchrotronstrahlung selbst.

Die geometrische Impedanz entsteht durch Unebenheiten des Strahlrohres und die Tatsache, dass dieses kein perfekter elektrischer Leiter ist [18]. Da ein komprimierter Bunch starke elektromagnetische Felder besitzt, entsteht eine Wechselwirkung derer mit dem Strahlrohr und eine Rückkopplung auf den Bunch, deren Stärke durch die Impedanz quantifiziert wird. Bewegen sich Elektronen zum Beispiel durch eine verengte Apertur, entsteht an dieser Stelle eine elektrische Spannung innerhalb des Strahlrohres, welche die nachfolgenden Elektronen ablenkt. Das entsprechende elektrische Feld wird Wakefeld (engl.: *wake field*) genannt. Es kann so zu Wechselwirkungen innerhalb eines Bunches und auch zwischen benachbarten Bunchen kommen.

Das elektrische Feld der kohärenten Synchrotronstrahlung selbst kann ebenfalls auf Elektronen innerhalb des Bunches wirken, von welchem sie emittiert wird. Grund hierfür ist die gekrümmte Flugbahn der Elektronen innerhalb eines Ablenkmagneten und der endliche Öffnungswinkel des Strahlungskegels. So kreuzt die elektromagnetische Strahlung, die leicht in Richtung der Ablenkung der Elektronen emittiert wird, die gekrümmte Flugbahn des eigenen Bunches und wirkt wegen des direkteren Weges auf Elektronen, die sich weiter vorne im Bunch befinden. Analog zum Begriff der geometrischen Impedanz spricht man hier von der CSR-Impedanz.

Diese beiden Effekte verursachen eine Abweichung der longitudinalen Ladungsverteilung von der natürlichen Gaußverteilung, die den Eindruck eines sich in Flugrichtung lehnenen Bunches erweckt [19]. Die Berechnung der Ladungsverteilung ist durch die Haissinski-Gleichung möglich. Darüber hinaus bilden sich bei Strömen oberhalb eines Schwellenwertes in der longitudinalen Ladungsverteilung Substrukturen aus, welche sich auf kurzen Zeitskalen von einigen Millisekunden stetig verändern. Das Auftreten der kurzlebigen Änderungen im longitudinalen Strahlprofil wird Microbunching-Instabilität genannt.

Ein positiver Effekt der Ausbildung von Substrukturen ist die Erweiterung des Spektrums der emittierten kohärenten Synchrotronstrahlung. Grund hierfür ist, dass diese Strukturen einen Einfluss auf den Formfaktor haben, und damit wegen Gleichung 2.31 auch auf die spektrale Leistung der kohärenten Synchrotronstrahlung. Die Microbunche, die deutlich kürzer als die Bunchlänge sind, erfüllen also die Kohärenzbedingung $\sigma_z \leq \lambda$ für kleinere Wellenlängen bzw. höhere Frequenzen und erweitern das Spektrum der Synchrotronstrahlung über die sogenannte Kohärenzkannte, also den Bereich $\lambda \approx \sigma_z$, in dem die kohärente Leistung abnimmt, hinaus. Die Leistung ist

wegen der geringen Ausprägung der Microbunche deutlich geringer als die der stabilen kohärenten Synchrotronstrahlung, wie Abbildung 2.8 zeigt.

Die Kurzlebigkeit dieser Strukturen bewirkt in diesem Bereich des Spektrums, dem Bereich der THz-Strahlung, starke Schwankungen der Intensität. Wegen der zeitlichen Struktur der Schwankungen, den ständigen Ausbrüchen von THz-Strahlung, wird dieses Verhalten auch Bursting genannt.

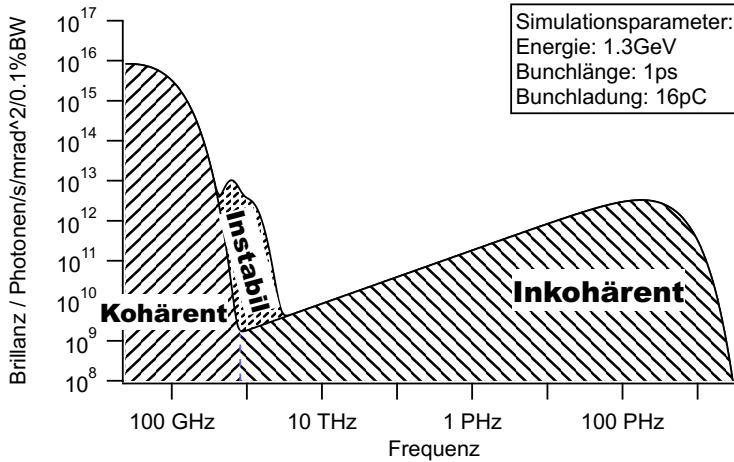


Abbildung 2.8: Spektrum der Synchrotronstrahlung im Kurzbunchbetrieb bei ANKA. Für eine Bunchlänge von $\sigma_z = 1$ ps und eine Anzahl von 10^8 Elektronen zeigt die Grafik den inkohärenten Verlauf der Synchrotronstrahlung, die von der Bunchlänge abhängige Kohärenzkante und eine Skizze des daran anschließenden, instabilen Bereichs, welcher durch die kurzlebigen Substrukturen der Elektronenpakete entsteht.

Transversale Strahldynamik bei der Erzeugung
kohärenter Synchrotronstrahlung

Schütze, P.

2018, VI, 107 S. 48 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-20385-6