

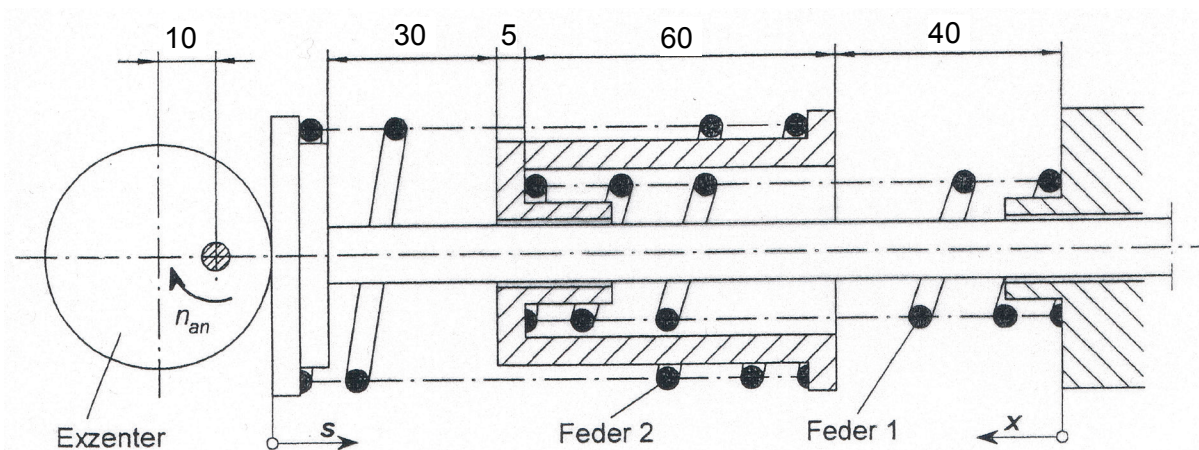
Vorgespanntes Federsystem

Die unten stehende Skizze zeigt ein Federsystem im entspannten Zustand in dem zwei Schraubendruckfedern zusammengeschaltet sind. Beide Federn sind kaltgeformt, die Federenden sind angelegt und plangeschliffen. Von den Federn sind folgende Daten bekannt:

Feder 1: Federkonstante $R_1 = 10 \text{ N/mm}$
Drahtdurchmesser $d = 4 \text{ mm}$
Windungsdurchmesser $D = 30 \text{ mm}$
Gleitmodul $G = 80 \text{ GPa}$
Zulässige Dauerhubfestigkeit $\tau_{kH} = 400 \text{ MPa}$

Feder 2: Federkonstante $R_2 = 5 \text{ N/mm}$

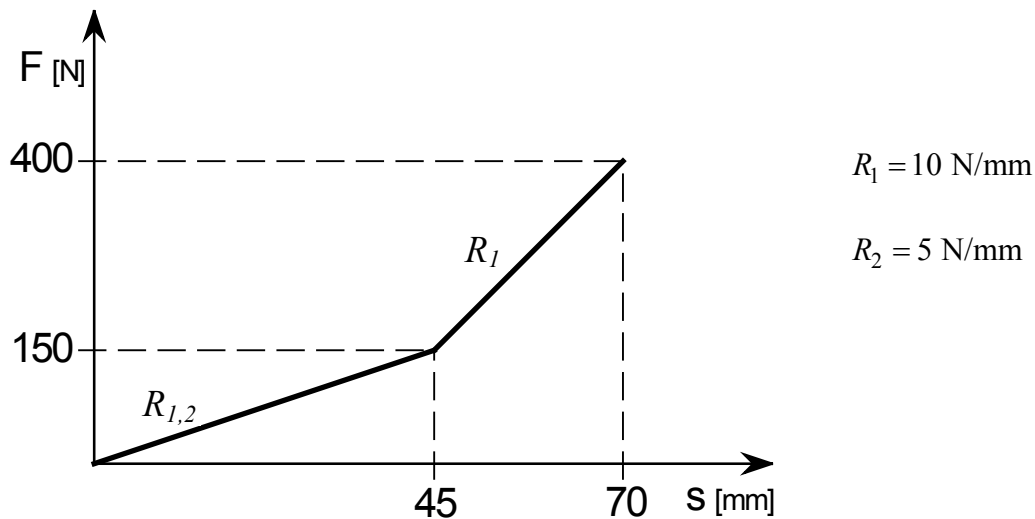
Durch die Drehbewegung des Exzenters mit der Drehzahl $n_{an} = 150 \text{ U/min}$ wird das Federsystem dynamisch belastet.



- Durch Verstellen des rechten Anschlags in x-Richtung sollen zwei unterschiedliche Vorspannkraften eingestellt werden. Ermitteln Sie den Vorspannweg x_A für eine Vorspannkraft $F_{A,min} = 10 \text{ N}$, sowie den Vorspannweg x_B für eine Vorspannkraft von $F_{B,min} = 150 \text{ N}$.
- Welche Arbeit wird, bei Vernachlässigung der Reibung, bei jeder Umdrehung des Exzenters von dem Federsystem in den beiden Betriebszuständen verrichtet?
- Ist die Dauerfestigkeit der Feder 1 ausreichend?
- Wie beurteilen Sie das dynamische Verhalten (Resonanz) des Federsystems in den beiden Betriebspunkten, wenn die bewegte Masse $m = 10 \text{ kg}$ beträgt?

Musterlösung

a) Federkennlinie



Feder 1 und 2 in Reihe:

$$\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{10} + \frac{1}{5} \quad \Rightarrow \quad R_{1,2} = 3,33 \text{ N/mm}$$

Gesamter Federweg: $s_{\text{ges}} = s_1 + s_2 = 40 + 30 = 70 \text{ mm}$

Kraft bei Anschlag Feder 1: $F_{1,\text{max}} = R_1 \cdot s_1 = 10 \cdot 40 = 400 \text{ N}$

Kraft bei Anschlag Feder 2: $F_{2,\text{max}} = R_2 \cdot s_2 = 5 \cdot 30 = 150 \text{ N}$

Weg bei Anschlag Feder 2: $s_{1,2} = \frac{F_{2,\text{max}}}{R_{1,2}} = \frac{150}{3,33} = 45 \text{ mm}$

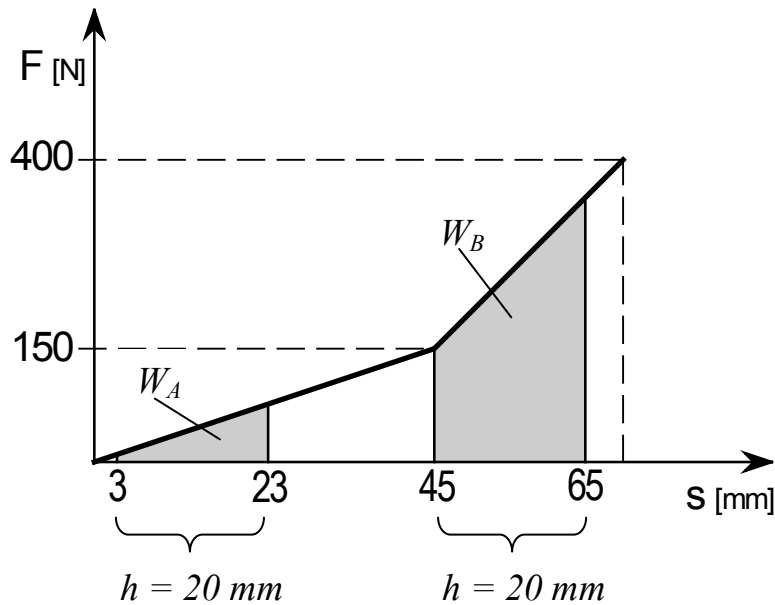
Vorspannweg $x_A = \frac{F_{A,\text{min}}}{R_{1,2}} = \frac{10}{3,33} = \underline{\underline{3 \text{ mm}}}$

Vorspannweg $x_B = \frac{F_{B,\text{min}}}{R_{1,2}} = \frac{150}{3,33} = \underline{\underline{45 \text{ mm}}}$

max. Federkraft $F_{A,\text{max}} = F_{A,\text{min}} + R_{1,2} \cdot h = 10 + 3,33 \cdot 20 = \underline{\underline{76,6 \text{ N}}}$

max. Federkraft $F_{B,\text{max}} = F_{B,\text{min}} + R_1 \cdot h = 150 + 10 \cdot 20 = \underline{\underline{350 \text{ N}}}$

b) Arbeit pro Hub



$$W_A = \frac{1}{2} F_{A,\max} \cdot s_{A,\max} - \frac{1}{2} F_{A,\min} \cdot x_A = \frac{1}{2} 76,6 \cdot 23 - \frac{1}{2} 10 \cdot 3 = \underline{\underline{866,6 \text{ Nmm} = 0,866 \text{ Ws}}}$$

$$W_B = F_{B,\min} \cdot h + \frac{1}{2} (F_{B,\max} - F_{B,\min}) \cdot h = 150 \cdot 20 + \frac{1}{2} (350 - 150) \cdot 20 = \underline{\underline{5000 \text{ Nmm} = 5 \text{ Ws}}}$$

c) Dauerfestigkeit der Feder 1

Wickelverhältnis: $w = \frac{D}{d} = \frac{30}{4} = 7,5$

Spannungsbeiwert: $k = \frac{w + 0,5}{w - 0,75} = \frac{7,5 + 0,5}{7,5 - 0,75} = 1,185$

Hubspannung: $\tau_{kh} = k \cdot \frac{8 \cdot D}{\pi \cdot d^3} (F_{B,\max} - F_{B,\min}) = 1,185 \cdot \frac{8 \cdot 30}{\pi \cdot 4^3} (350 - 250) = \underline{\underline{282,9 \text{ N/mm}^2}}$

zul. Hubspannung: $\tau_{kH} = 400 \text{ N/mm}^2$

$\tau_{kh} < \tau_{kH}$ d.h. die Feder ist dauerfest!

d) Dynamisches Verhalten

Eigenfrequenz im Betriebspunkt A:

$$\omega_{e,A} = \sqrt{\frac{R_{1,2}}{m}} = \sqrt{\frac{3,33 \cdot 10^3}{10}} = 18,25 \text{ 1/s}$$

$$n_{e,A} = \frac{\omega_{e,A}}{2 \cdot \pi} = \frac{18,25 \cdot 60}{2 \cdot \pi} = \underline{\underline{174,2 \text{ 1/min}}}$$

Eigenfrequenz im Betriebspunkt B:

$$\omega_{e,B} = \sqrt{\frac{R_1}{m}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 10^3}{10}} = 31,6 \text{ 1/s}$$

$$n_{e,B} = \frac{\omega_{e,B}}{2 \cdot \pi} = \frac{31,6 \cdot 60}{2 \cdot \pi} = \underline{\underline{302 \text{ 1/min}}}$$

Interpretation:

- Der Betriebspunkt A ist sehr nahe an der Eigenfrequenz d.h. Eigenfrequenz \approx Erregerfrequenz (Resonanz)
- Der Betriebspunkt liegt im unterkritischen Bereich

$$n_{an} = \frac{1}{2} \cdot n_{e,B}$$