2.8 Elastische Verbindungen

Für Metallfedern mit linearen Kennlinien gilt:

Federrate

- Translation: $R = \frac{F}{s}$ mit s = Federweg
- Rotation: $R_t = \frac{T}{\vartheta}$ mit ϑ = Verdrehwinkel

Federarbeit

- Translation: $W = \frac{1}{2} F \cdot s = \frac{1}{2} R \cdot s^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{F^2}{R}$
- Rotation: $W = \frac{1}{2} T \cdot \vartheta = \frac{1}{2} R_t \cdot \vartheta^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{R_t}$

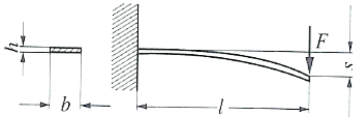
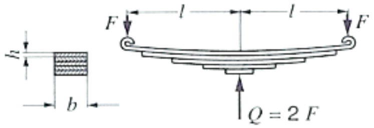
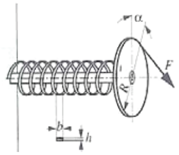
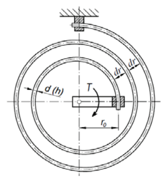
Eigenfrequenz

- **Translation:** $\omega_e = \sqrt{\frac{R}{m}}$ mit m = Masse
- **Rotation:** $\omega_e = \sqrt{\frac{R_t}{\Theta}}$ mit Θ = Trägheitsmoment

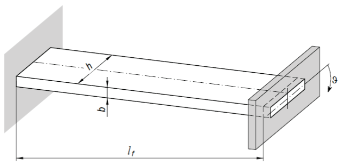
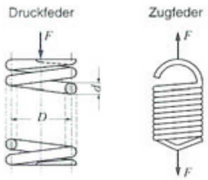
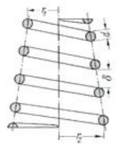
Federschaltung

- Parallelschaltung: $R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n$
- Reihenschaltung: $\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_n}$

Auf **Biegung** beanspruchte Federn:

Bauform		**Federkraft, Federmoment**	**Auslenkung**	**Federrate**	**Federarbeit**
Einfache gerade Blattfeder (konstanter Querschnitt) 		$F_{max} = \frac{b \cdot h^2}{6 \cdot l} \sigma_{b,zul}$	$s = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot b \cdot h^3}$	$R = \frac{F}{s} = \frac{E \cdot b \cdot h^3}{4 \cdot l^3}$	$W_{max} = \frac{\sigma_{b,zul}^2}{18 \cdot E} \cdot b \cdot h \cdot l$
Geschichtete Blattfeder 		$F_{max} = \frac{i \cdot b \cdot h^2}{6 \cdot l} \cdot \sigma_{b,zul}$	$s = \frac{12 \cdot F \cdot l^3}{(2 \cdot i + i') \cdot E \cdot h \cdot b^3}$	$R = \frac{(2 \cdot i + i') \cdot E \cdot h^3 \cdot b}{12 \cdot l^3}$	$W_{max} = \frac{\sigma_{b,zul}^2}{3 \cdot E} \cdot \frac{i^2}{(2 \cdot i + i')} \cdot b \cdot h \cdot l$
Drehfeder (Schenkelfeder) $l = \pi D n$ 	Kreis-querschnitt	$T_{max} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \cdot \sigma_{b,zul}$	$\hat{\alpha} = \frac{64 \cdot T \cdot l}{E \cdot \pi \cdot d^4}$	$R_t = \frac{T}{\hat{\alpha}} = \frac{E \cdot \pi \cdot d^4}{64 \cdot l}$	$W_{max} = \frac{\sigma_{b,zul}^2}{32 \cdot E} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot l$
Spiralfeder $l = 2\pi n\left[r_0 + 0{,}5n\left(d + \delta_r\right)\right]$ 	Rechteck-querschnitt	$T_{max} = \frac{b \cdot h^2}{6} \cdot \sigma_{b,zul}$	$\hat{\alpha} = \frac{12 \cdot T \cdot l}{E \cdot b \cdot h^3}$	$R_t = \frac{T}{\hat{\alpha}} = \frac{E \cdot b \cdot h^3}{12 \cdot l}$	$W_{max} = \frac{\sigma_{b,zul}^2}{6 \cdot E} \cdot b \cdot h \cdot l$

Auf **Torsion** beanspruchte Federn:

Bauform	**Federkraft, Federmoment**		**Auslenkung**	**Federrate**	**Federarbeit**
Drehstabfeder 	Kreis-querschnitt	$T_{\max} = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \tau_{t,zul}$	$\hat{\vartheta} = \frac{32 \cdot T \cdot l_f}{G \cdot \pi \cdot d^4}$	$R_t = \frac{T}{\hat{\vartheta}} = \frac{G \cdot \pi \cdot d^4}{32 \cdot l_f}$	$W_{\max} = \frac{\tau_{t,zul}^2}{16 \cdot G} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot l_f$
	Rechteck-querschnitt	$T_{\max} = \eta_1 b^2 h \cdot \tau_{t,zul}$	$\hat{\vartheta} = \frac{T \cdot l_f}{G \cdot \eta_2 \cdot b^3 \cdot h}$	$R_t = \frac{T}{\hat{\vartheta}} = \frac{G \cdot \eta_2 \cdot b^3 \cdot h}{l_f}$	$W_{\max} = \frac{\eta_1^2}{\eta_2} \frac{\tau_{t,zul}^2}{2 \cdot G} \cdot b \cdot h \cdot l_f$
Zylindrische Schraubenfedern mit Kreisquerschnitt (DIN 2089) 	$F_{\max} = \frac{\pi \cdot d^3}{8 \cdot k \cdot D} \cdot \tau_{t,zul}$		$s = \frac{8 \cdot D^3 \cdot n}{G \cdot d^4} \cdot F$	$R = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot D^3 \cdot n}$	$W_{\max} = \frac{\tau_{t,zul}^2}{16 \cdot G} \cdot d^2 \cdot D \cdot \pi^2 \cdot n$
Kegelige Schraubenfedern mit Kreisquerschnitt 	$F_{\max} = \frac{\pi \cdot d^3}{16 \cdot k \cdot r_2} \tau_{t,zul}$		$s = \frac{16 \cdot (r_1 + r_2)(r_1^2 + r_2^2) \cdot n}{G \cdot d^4} \cdot F$	$R = \frac{G \cdot d^4}{16 \cdot (r_1 + r_2)(r_1^2 + r_2^2) \cdot n}$	$W_{\max} = \frac{\tau_{t,zul}^2}{32 \cdot G} \cdot \frac{d^2 (r_1 + r_2)(r_1^2 + r_2^2)}{r_2^2} \cdot \pi^2 \cdot n$

Zylindrische Schraubenfedern (Druckfedern)

Um bei **Druckfedern** eine möglichst geringe Kraftexzentrizität zu erreichen, werden an jedem Ende das Drahtende an der nächsten Windung anliegend gewickelt und senkrecht zur Federachse plangeschliffen. Um die Feder nicht zu überlasten, muss zwischen den federnden Windungen ein Mindestabstand eingehalten werden. Für **statische Beanspruchungen** gilt:

	Gesamtanzahl der Windungen	Blocklänge	Summe der Mindestabstände
kaltgeformt	$n_t = n + 2$	$L_c \leq n_t \cdot d$	$S_a = (0{,}0015 \cdot D^2/d + 0{,}1 \cdot d) \cdot n$
warmgeformt	$n_t = n + 1{,}5$	$L_c = (n_t - 0{,}3) \cdot d$	$S_a = 0{,}02 \cdot (D + d) \cdot n$

Bei **dynamischer Beanspruchung** ist $\boldsymbol{S_a}$ für warmgeformte Federn zu verdoppeln, für kaltgeformte soll $\boldsymbol{S_a}$ das 1,5-fache betragen.

Außerdem werden die Federenden um 180° zueinander versetzt angeordnet. Die Gesamtwindungszahl ist dann immer ein Vielfaches einer halben Windung (z.B. $n_t = 7{,}5$). Der Einfluss der Drahtkrümmung wird durch den Spannungsbeiwert $\boldsymbol{k}$ berücksichtigt:

D/d	3	4	6	8	10	14	20
k	1,55	1,38	1,24	1,17	1,13	1,1	1,07

Bei **statischer Beanspruchung** kann dieser Einfluss vernachlässigt werden, d.h. es wird dann k=1 gesetzt.

Die vorhandene Spannung in der Feder kann berechnet werden:

$$\tau_t = \frac{8 \cdot k \cdot D}{\pi \cdot d^3} \cdot F$$

Für die auftretende Hubspannung bei **dynamischer Beanspruchung** gilt:

$$\tau_{kh} = k \frac{8\,D}{\pi \cdot d^3} \left(F_2 - F_1\right) \leq \tau_{kH}$$

Für die Auslegung des Drahtdurchmessers gilt:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{8 \cdot k \cdot D}{\pi \cdot \tau_{t,zul}} \cdot F_{1,\max}}$$

- Zulässige Torsionsspannung bei statischer Beanspruchung aus Abb. 2.143
- Zulässige Hubspannung bei dynamischer Beanspruchung aus Abb. 2.144