

Aufgabe 3: Verzahnungen

Bei dem unten stehenden Getriebe liegen die Achsen von allen drei Zahnrädern in einer Ebene. Für die Auslegung des Getriebes sind folgende Daten gegeben:

Allgemeine Verzahnungsdaten: $\alpha_n = 20^\circ$; $m_n = 2,5 \text{ mm}$; $\beta = 16^\circ$; $A = 132 \text{ mm}$

Gemeinsame Zahnbreite für alle Zahnräder: $b = 10 \cdot m_n$.

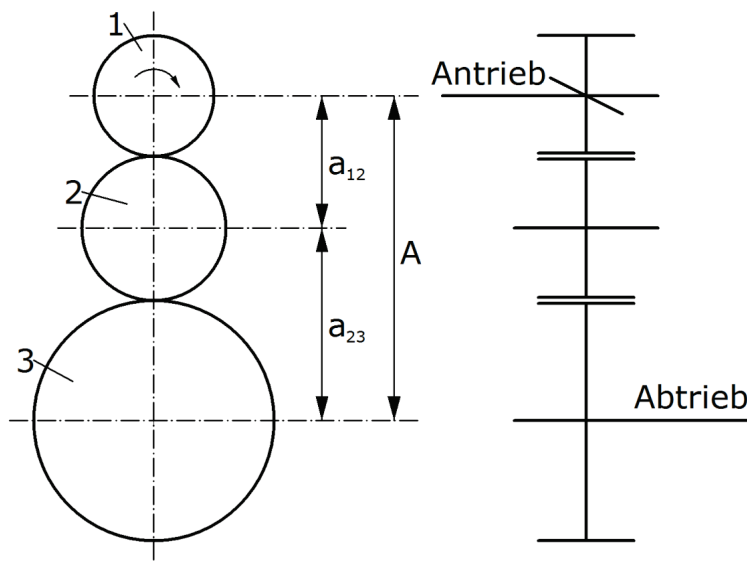
Zahnrad 1: $z_1 = 17$; $x_1 = 0$

Antriebsdrehzahl: $n_1 = 1500/\text{min}$

Gesamtübersetzung: $i = 2,75$

Gesamtwirkungsgrad: $\eta_{\text{Ges}} = 0,9$

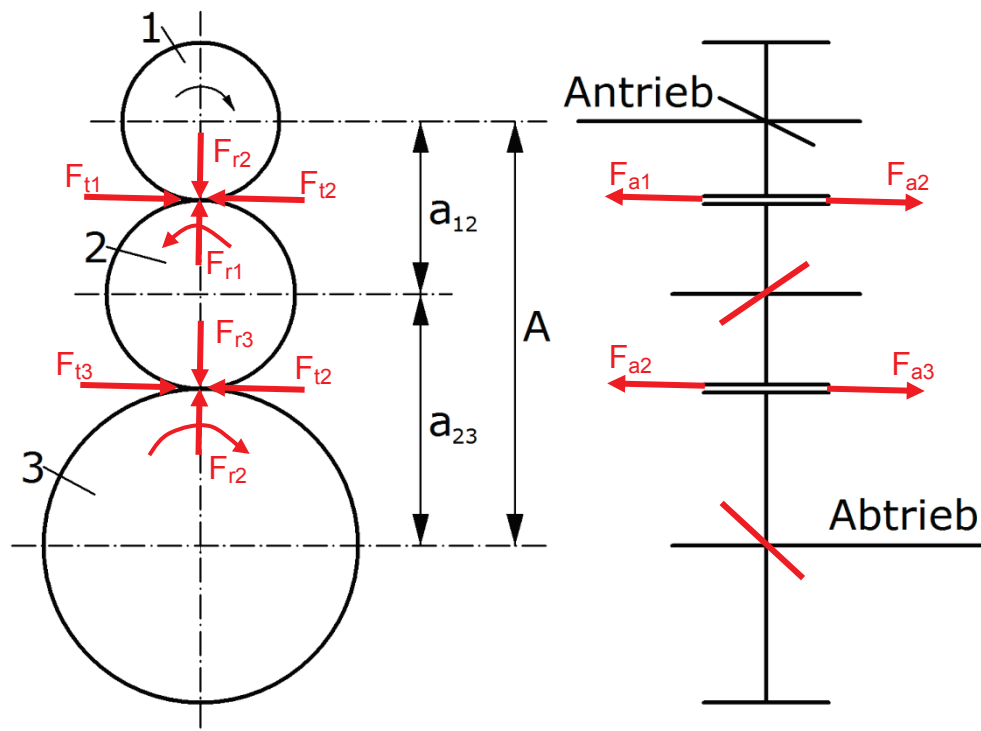
Alle Zahnräder sind aus 16MnCr5: $\sigma_{FE} = \sigma_{FG} = 820 \text{ N/mm}^2$.



- Zeichnen Sie die Drehrichtungen, die Flankenrichtungen und die Richtungen der Verzahnungskräfte an allen Zahnrädern ein.
- Geben Sie die Verhältnisse von P_{An}/P_{Ab} , T_{An}/T_{Ab} und n_{An}/n_{Ab} an.
- Geben Sie die Verzahnungsdaten (z_2 , z_3 , m_n , β_{23} , x_2 , x_3 , a_{12} , a_{23}) der Zahnräder 2 und 3 an. Die Zahnräder sollen keine negativen Profilverschiebungen erhalten (mehrere Lösungen sind möglich).
- Welches Zahnrad ist am höchsten beansprucht und welches Drehmoment kann bezüglich der Zahnfußtragfähigkeit mit $S_F = 1,5$ maximal übertragen werden? Die allgemeinen Faktoren sind mit $K_{FGes} = 1,5$ und die Profilüberdeckungen mit $\epsilon_{\alpha 12} = \epsilon_{\alpha 23} = 1,4$ zu berücksichtigen.
- Durch welche Maßnahmen könnte man das übertragbare Drehmoment erhöhen, ohne den Achsabstand A zu ändern?

Musterlösung

a) Richtungen der Zahnkräfte und Drehzahlen



b) Verhältnisse der Leistungen, Drehmomente und Drehzahlen

Leistung:
$$\frac{P_{An}}{P_{Ab}} = \frac{1}{\eta_{ges}} = \frac{1}{0,9} = 1,11$$

Drehmoment:
$$\frac{T_{An}}{T_{Ab}} = \frac{1}{i \cdot \eta_{ges}} = \frac{1}{2,75 \cdot 0,9} = 0,404$$

Drehzahl:
$$\frac{n_{An}}{n_{Ab}} = i = 2,75$$

c) Verzahnungsdaten

Modul $m_n = 2,5$ mm und Schrägungswinkel $\beta = 16^\circ$ für alle 3 Räder gleich groß!

Zähnezahl Rad 3:

$$z_3 = i \cdot z_1 = 2,75 \cdot 17 = 46,75 \Rightarrow \text{gewählt: } \underline{z_3 = 47}$$

↳ Das Zahnrad 2 hat keinen Einfluss auf die Übersetzung!

Zähnezahl Rad 2:

$$\text{Ansatz: } d_2 = \frac{z_2 \cdot m_n}{2 \cdot \cos \beta} \leq A - \frac{d_1}{2} - \frac{d_3}{2} = A - \frac{z_1 \cdot m_n}{2 \cdot \cos \beta} - \frac{z_3 \cdot m_n}{2 \cdot \cos \beta}$$

$$\hookrightarrow z_2 \leq \frac{A \cdot \cos \beta}{m_n} - \frac{z_1 + z_3}{2} = \frac{132 \cdot \cos 16^\circ}{2,5} - \frac{17 + 47}{2} = 18,75$$

$$\hookrightarrow \text{gewählt: } \underline{z_2 = 18} \quad (\text{damit } x_2 \text{ positiv wird})$$

Achsabstände:

$$a_{d,12} = \frac{(z_1 + z_2) \cdot m_n}{2 \cdot \cos \beta} = \frac{(17 + 18) \cdot 2,5}{2 \cdot \cos 16^\circ} = 45,513 \text{ mm}$$

$$\hookrightarrow \text{gewählt: } \underline{a_{12} = 46 \text{ mm}} \quad (\text{damit } x_1 + x_2 \text{ positiv wird})$$

$$a_{d,23} = \frac{(z_2 + z_3) \cdot m_n}{2 \cdot \cos \beta} = \frac{(18 + 47) \cdot 2,5}{2 \cdot \cos 16^\circ} = 84,52 \text{ mm}$$

$$A = a_{12} + a_{23} = 132 \text{ mm} \Rightarrow \underline{a_{23} = A - a_{12} = 132 - 46 = 86 \text{ mm}}$$

(\Rightarrow möglich ist auch $a_{12} = 47 \text{ mm}$ und $a_{23} = 85 \text{ mm}$)

Profilverschiebung:

$$x_1 + x_2 = \frac{(z_1 + z_2) \cdot (\text{inv } \alpha_{wt,12} - \text{inv } \alpha_t)}{2 \cdot \tan \alpha_n} = \frac{(17 + 18) \cdot (0,020879 - 0,0166817)}{2 \cdot \tan 20^\circ} = 0,2018$$

$$\text{mit } \alpha_t = \arctan\left(\frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta}\right) = \arctan\left(\frac{\tan 20^\circ}{\cos 16^\circ}\right) = 20,7386^\circ$$

$$\hookrightarrow \text{inv } \alpha_t = 0,0166817$$

$$\text{und } \alpha_{wt,12} = \arctan\left(\frac{a_{d,12}}{a_{12}} \cdot \cos \alpha_t\right) = \arctan\left(\frac{45,513}{46} \cdot \cos 20,7386^\circ\right) = 22,2856^\circ$$

$$\hookrightarrow \text{inv } \alpha_{wt,12} = 0,020879$$

$$\text{da } x_1 = 0 \text{ wird } \underline{x_2 = 0,2018}$$

$$x_2 + x_3 = \frac{(z_2 + z_3) \cdot (\operatorname{inv} \alpha_{wt,23} - \operatorname{inv} \alpha_t)}{2 \cdot \tan \alpha_n} = \frac{(18 + 47) \cdot (0,0236748 - 0,0166817)}{2 \cdot \tan 20^\circ} = 0,6244$$

$$\text{mit } \alpha_{wt,23} = \arctan\left(\frac{a_{d,23}}{a_{23}} \cdot \cos \alpha_t\right) = \arctan\left(\frac{84,524}{86} \cdot \cos 20,7386^\circ\right) = 23,1971^\circ$$

$$\Rightarrow \operatorname{inv} \alpha_{wt,23} = 0,0236748$$

$$\underline{x_3} = (x_2 + x_3) - x_2 = 0,6244 - 0,2018 = \underline{0,4226}$$

d) Zahnfußtragfähigkeit

Rad 2 (Zwischenrad) ist am stärksten belastet:

- Zwei Zahneingriffe pro Umdrehung
- Wechselbeanspruchung der Zähne \Rightarrow geringere Dauerfestigkeit ($\sigma_{FE,2} = 0,7 \cdot \sigma_{FE}$)

Ertragbare Zahnumfangskraft am Zwischenrad:

$$F_{t1} = F_{t2} = \frac{\sigma_{F,zul} \cdot b \cdot m_n}{K_{F,ges} \cdot Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta} = \frac{382,7 \cdot 25 \cdot 2,5}{1,5 \cdot 2,55 \cdot 1,66 \cdot 0,7523 \cdot 0,883} = 5.670,8 \text{ N}$$

$$\text{mit } \varepsilon_\beta = \frac{b \cdot \sin \beta}{m_n \cdot \pi} = \frac{10 \cdot 2,5 \cdot \sin 16}{2,5 \cdot \pi} = 0,877$$

$$z_n = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{18}{\cos^3 16} = 20,26$$

$$\beta_b = \arctan(\cos \alpha_t \cdot \tan \beta) = 15,011^\circ$$

gilt für die Faktoren:

$$Y_{Fa} = 2,55$$

$$Y_{Sa} = 1,66$$

$$Y_\varepsilon = 0,25 + \frac{0,75 \cdot \cos^2 \beta_b}{\varepsilon_\alpha} = 0,7523$$

$$Y_\beta = 1 - \varepsilon_\beta \cdot \frac{\beta}{120^\circ} = 0,883$$

und der Gestaltfestigkeit:

$$\sigma_{FG,2} = \sigma_{F,zul} = \frac{0,7 \cdot \sigma_{FE}}{S_F} = \frac{0,7 \cdot 820}{1,5} = 382,7 \text{ N/mm}^2$$

Das Antriebsdrehmoment an Rad 1 ist dann:

$$T_1 = F_{t1} \cdot \frac{d_1}{2} = F_{t1} \cdot \frac{z_1 \cdot m_n}{2 \cdot \cos \beta} = 5670,8 \cdot \frac{17 \cdot 2,5}{2 \cdot \cos 16} = \underline{\underline{125,3 \text{ Nm}}}$$

e) Maßnahmen (für größeres Drehmoment)

Die zulässige Umfangskraft bzw. Abtriebsmoment ist abhängig von

- Werkstoff \Rightarrow besserer Werkstoff, das heißt σ_{FE} größer
- Zahnradbreite $\Rightarrow b$ größer
- Zahnraddicke $\Rightarrow x_2$ größer und x_3 kleiner
- Wirkungsgrad \Rightarrow Schmierung, Oberfläche und spez. Gleiten optimieren