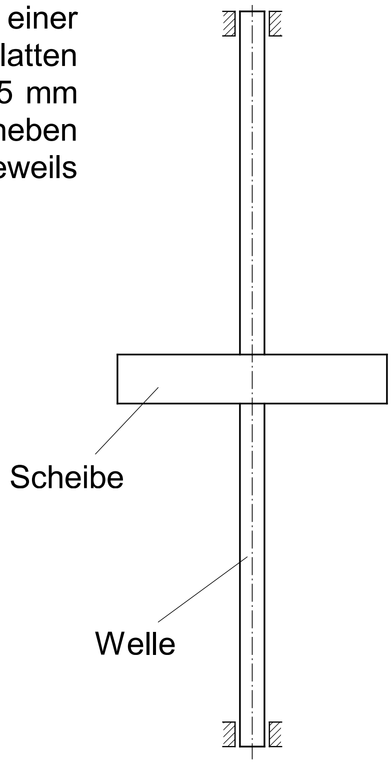
Biegeschwingungen

An einem Prüfstand sollen die Biegeschwingungen einer Welle demonstriert werden. Dafür wird auf einer glatten Welle eine Scheibe mit einer Exzentrizität von e = 0,5 mm mit Hilfe eines Ringfederspannsatzes befestigt (siehe neben stehende Abbildung). Welle und Scheibe werden jeweils aus S275J hergestellt.



Gegeben:

Wellendurchmesser:	$d = 10$ mm
Scheibendurchmesser:	$D = 150$ mm
Scheibenbreite:	$b = 20$ mm
Lagerabstand:	$l = 400$ mm

a) Wie groß ist die biegekritische Drehzahl, wenn die Scheibe genau in der Mitte zwischen den Lagern befestigt wird? Die Welle ist dafür als masselos anzunehmen.

b) Berechnen Sie die Durchbiegung der Welle bei einer Drehzahl von $n = 1500\ \text{min}^{-1}$.

c) Ist die maximale Biegespannung in der Welle bei dieser Drehzahl noch ertragbar?

d) Wie ändert sich die Eigenfrequenz (kritische Frequenz), durch folgende konstruktive Maßnahmen?

Maßnahmen	ω_k wird: kleiner	ω_k wird: größer	Begründung
Wellendurchmesser kleiner			
Scheibendurchmesser größer			
Lagerabstand kleiner			
Scheibe nicht in der Mitte			

Musterlösung

a) Biegekritische Drehzahl

Biegesteifigkeit: $R_b = \frac{48 \cdot E \cdot I_b}{l^3} = \frac{48 \cdot 210000 \cdot 10^4 \cdot \pi}{400^3 \cdot 64} = 77{,}3$ N/mm

Masse der Scheibe: $m = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot b \cdot \rho = \frac{150^2 \cdot \pi}{4} \cdot 20 \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-6} = 2{,}775$ kg

Kritische Frequenz: $\omega_k = \sqrt{\frac{R_b}{m}} = \sqrt{\frac{77{,}3}{2{,}775 \cdot 10^{-3}}} = 166{,}9$ 1/s

Kritische Drehzahl: $n_k = \frac{\omega_k}{2\pi} \cdot 60 = \underline{1.595 \text{ 1/min}}$

b) **Durchbiegung** bei n = 1500 1/min

Drehzahl n = 1500 1/min ⇨ $\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} = \frac{2\pi \cdot 1500}{60} = 157{,}08$ 1/s

Durchbiegung: $y = \frac{m \cdot \omega^2}{R_b - m \cdot \omega^2} \cdot e = \frac{2{,}775 \cdot 157{,}08^2}{77{,}3 \cdot 10^3 - 2{,}775 \cdot 157{,}08^2} \cdot 0{,}5 = \underline{3{,}877 \text{ mm}}$

c) Biegespannung

Durchbiegung: $f = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I_b} = 3{,}877$ mm mit $M_b = F \cdot \frac{l}{4}$ gilt:

$$f = \frac{4 \cdot M_{b,\max} \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I_b \cdot l} = \frac{M_{b,\max} \cdot l^2}{12 \cdot E \cdot I_b}$$

Daraus folgt: $M_b = \frac{12 \cdot E \cdot I_b}{l^2} \cdot f = \frac{12 \cdot 210000 \cdot 10^4 \cdot \pi}{400^2 \cdot 64} \cdot 3{,}877 = 29{,}974$ Nm

Biegespannung: $\sigma_{b,\max} = \frac{M_{b,\max}}{W_b} = \frac{29{,}74 \cdot 10^3 \cdot 32}{10^3 \cdot \pi} = 305{,}3$ N/mm²

Da statische (ruhende) Biegung vorliegt, gilt: $\sigma_{bF} = 330$ N/mm²

Sicherheit gegen Fließen: $S_F = \frac{\sigma_{bF}}{\sigma_{b,\max}} = \frac{330}{305{,}3} = \underline{1{,}08}$ ⇨ gerade noch ertragbar!

d) Änderung der Eigenfrequenz

Maßnahmen	ω_k wird: kleiner	größer	Begründung
Wellendurchmesser kleiner	X		R_b wird kleiner
Scheibendurchmesser größer	X		m wird größer
Lagerabstand kleiner		X	R_b wird größer
Scheibe nicht in der Mitte		X	R_b wird größer