

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Die Saha-Gleichung	1
1.2	Plasmen in der Natur und im Labor	2
1.3	Zustandsgrenzen	5
1.3.1	Ideale Plasmen	6
1.3.2	Relativistische Plasmen	6
1.3.3	Entartete Plasmen	6
1.4	Wichtige Parameter und Eigenschaften	7
1.4.1	Debye-Abschirmung	7
1.4.2	Plasmaparameter und Quasineutralität	10
1.4.3	Die Plasmafrequenz	11
	Referenzen	13
	Weitere Literaturhinweise	13
<b>2</b>	<b>Geladene Teilchen im Magnetfeld</b>	<b>15</b>
2.1	Homogene Magnetfelder	15
2.1.1	Teilchenbewegung ohne zusätzliche Kraft	17
2.1.2	Einfluss einer Kraft auf die Teilchenbahn	19
2.2	Inhomogene Magnetfelder	21
2.2.1	Inhomogenität senkrecht zum Magnetfeld	22
2.2.2	Gekrümmte Magnetfeldlinien	23
2.2.3	Inhomogenität parallel zum Magnetfeld	25
2.2.4	Magnetisches Moment und magnetischer Spiegel	29
2.3	Teilchen in periodischen Feldern	32
2.3.1	Räumlich-periodisches elektrisches Feld	32
2.3.2	Zeitabhängige elektrische Felder	34
2.3.3	Zeitabhängige Magnetfelder	36
2.4	Adiabatische Invarianten	37
2.4.1	Adiabatische Invariante am Beispiel eines Pendels	38
2.4.2	Die transversale adiabatische Invariante	39

2.4.3	Die longitudinale adiabatische Invariante . . . . .	40
2.4.4	Die dritte adiabatische Invariante . . . . .	42
2.5	Teilchenbahnen im Erdmagnetfeld . . . . .	43
2.5.1	Die Magnetosphäre der Erde . . . . .	44
2.5.2	Teilchen in den Van-Allen-Strahlungsgürteln . . . . .	46
	Weitere Literaturhinweise . . . . .	48
<b>3</b>	<b>Flüssigkeitsbild des Plasmas . . . . .</b>	<b>49</b>
3.1	Flüssigkeitsgleichungen . . . . .	50
3.1.1	Die Zweiflüssigkeitsgleichungen . . . . .	51
3.1.2	Die Einflüssigkeitsgleichungen . . . . .	55
3.1.3	Die MHD-Gleichungen . . . . .	59
3.1.4	Die Maxwell-Gleichungen . . . . .	61
3.2	Folgerungen aus dem Ohm'schen Gesetz . . . . .	62
3.2.1	Magnetfelddiffusion und eingefrorener Fluss . . . . .	62
3.2.2	Der Plasmadynamo . . . . .	67
3.2.3	Sweet-Parker-Rekonnektion . . . . .	70
3.3	MHD-Gleichgewichte . . . . .	73
3.3.1	Die Gleichgewichtsbedingung . . . . .	74
3.3.2	Der lineare Pinch . . . . .	75
3.3.3	Der Screw-Pinch . . . . .	78
3.4	Strömungen in MHD-Gleichgewichten . . . . .	82
3.4.1	Strömungen senkrecht zum Magnetfeld . . . . .	82
3.4.2	Zur Gradientendrift im Flüssigkeitsbild . . . . .	84
3.4.3	Die Polarisationsdrift . . . . .	88
3.4.4	Debye-Abschirmung senkrecht zum Magnetfeld . . . . .	90
3.4.5	Strömung parallel zum Magnetfeld . . . . .	92
3.4.6	Strömung zwischen Begrenzungen . . . . .	95
3.5	Plasmadynamik in der Erdionosphäre . . . . .	100
3.5.1	Plasmaparameter in der Ionosphäre . . . . .	100
3.5.2	Leitfähigkeit eines stoßbehafteten Plasmas . . . . .	102
3.5.3	Der Dynamo in der äquatorialen E-Region . . . . .	106
3.5.4	Elektrische Ströme in der Polregion . . . . .	109
3.5.5	Hall-Antriebe . . . . .	110
	Weitere Literaturhinweise . . . . .	111
<b>4</b>	<b>Plasmastabilität . . . . .</b>	<b>113</b>
4.1	Anschauliche Beispiele . . . . .	114
4.1.1	Die Rayleigh-Taylor-Instabilität . . . . .	114
4.1.2	Die Austauschinstabilität . . . . .	116
4.1.3	Stabilität des linearen Pinches . . . . .	120
4.2	Der einfach magnetisierte Torus . . . . .	122

4.3	Stabilitätstheorie . . . . .	126
4.3.1	Die Modenanalyse . . . . .	126
4.3.2	Das Energieprinzip . . . . .	131
4.3.3	Randbedingungen . . . . .	131
4.4	Anwendungen der Stabilitätstheorie . . . . .	133
4.4.1	Inkompressible magnetohydrodynamische Wellen . . . . .	133
4.4.2	Kompressible magnetohydrodynamische Wellen . . . . .	136
4.4.3	Zur Dynamik von Alfvén-Wellen . . . . .	138
4.4.4	Austauschinstabilität in der Modenanalyse . . . . .	142
	Referenzen . . . . .	143
	Weitere Literaturhinweise . . . . .	144
<b>5</b>	<b>Wellen im Flüssigkeitsbild . . . . .</b>	<b>145</b>
5.1	Grundgleichungen für Wellen im Plasma . . . . .	146
5.1.1	Grundsätzliches zu Wellen . . . . .	146
5.1.2	Die linearisierte Wellengleichung . . . . .	149
5.1.3	Energiebilanz für elektromagnetische Wellen . . . . .	151
5.2	Wellen im unmagnetisierten Plasma . . . . .	152
5.2.1	Wellengleichung für ein kaltes Plasma . . . . .	152
5.2.2	Elektrostatische Wellen im kalten Plasma . . . . .	154
5.2.3	Elektromagnetische Wellen im kalten Plasma . . . . .	155
5.2.4	Interferometrie und Reflektometrie . . . . .	157
5.2.5	Die Rolle von Stößen . . . . .	161
5.2.6	Elektrostatische Wellen im warmen Plasma . . . . .	165
5.3	Wellen im magnetisierten kalten Plasma . . . . .	169
5.3.1	Wellengleichung und Dispersionsrelation . . . . .	169
5.3.2	Flüssigkeitsströmungen durch Wellen . . . . .	172
5.3.3	Wellenausbreitung parallel zum Magnetfeld . . . . .	175
5.3.4	Experimentelle Anwendungen . . . . .	181
5.3.5	Wellenausbreitung senkrecht zum Magnetfeld . . . . .	182
5.3.6	Plasmaheizung und CMA-Diagramm . . . . .	187
5.3.7	Propagation schräg zu Magnetfeld oder Dichtegradienten und Modenwandlung . . . . .	189
	Referenzen . . . . .	193
	Weitere Literaturhinweise . . . . .	194
<b>6</b>	<b>Nichtlineare Phänomene . . . . .</b>	<b>195</b>
6.1	Nichtlineare Ionenschallwellen . . . . .	195
6.1.1	Korteweg-de-Vries-Gleichung . . . . .	196
6.1.2	Solitonen und Stoßwellen . . . . .	198
6.1.3	Das Bohm-Kriterium . . . . .	200

6.2	Plasmen in starken Wellenfeldern . . . . .	201
6.2.1	Die ponderomotorische Kraft . . . . .	202
6.2.2	Laser-Plasma-Wechselwirkung . . . . .	204
6.3	Die Zweistrom-Instabilität . . . . .	206
	Weitere Literaturhinweise . . . . .	208
<b>7</b>	<b>Kinetische Theorie der Plasmen . . . . .</b>	<b>211</b>
7.1	Verteilungsfunktionen im Phasenraum . . . . .	212
7.1.1	Die Boltzmann-Verteilungsfunktion . . . . .	212
7.1.2	Maxwell-Verteilung . . . . .	213
7.1.3	Maxwell-Jüttner-Verteilung . . . . .	216
7.2	Die kinetische Gleichung . . . . .	218
7.2.1	Kinetische Gleichung ohne Stöße . . . . .	219
7.2.2	Der Stoßterm und die Rolle der Stöße . . . . .	221
7.2.3	Die Boltzmann-Gleichung . . . . .	224
7.2.4	Das Boltzmann'sche $\mathcal{H}$ -Theorem . . . . .	224
7.2.5	Maxwell-Verteilung als Bedingung für das Gleichgewicht . . . . .	225
7.2.6	Die Driftkinetische Gleichung . . . . .	226
7.3	Die Fokker-Planck-Gleichung . . . . .	227
7.3.1	Herleitung der Gleichung . . . . .	227
7.3.2	Diffusion als Random-Walk . . . . .	231
7.3.3	Vergleich mit der Fokker-Planck-Gleichung . . . . .	233
7.4	Herleitung der Flüssigkeitsgleichungen . . . . .	235
7.4.1	Erwartungswerte mikroskopischer Variablen . . . . .	235
7.4.2	Die Kontinuitätsgleichung . . . . .	237
7.4.3	Die Bewegungsgleichung . . . . .	237
7.4.4	Die Energiegleichung . . . . .	241
7.4.5	Die Gleichungen für das thermalisierte Plasma . . . . .	243
7.4.6	Mikroskopisches Bild zum Drucktensor . . . . .	245
7.5	Anwendungen der kinetischen Theorie . . . . .	247
7.5.1	Landau-Dämpfung . . . . .	247
7.5.2	Zyklotronresonanzheizung . . . . .	251
7.5.3	Stromtrieb . . . . .	256
	Referenzen . . . . .	259
	Weitere Literaturhinweise . . . . .	260
<b>8</b>	<b>Transportprozesse im Plasma . . . . .</b>	<b>261</b>
8.1	Streuung im Coulomb-Potential . . . . .	261
8.1.1	Der Stoß im Schwerpunktsystem . . . . .	262
8.1.2	Der differentiellen Wirkungsquerschnitt . . . . .	264
8.1.3	Kleinwinkelstreuung und Coulomb-Logarithmus . . . . .	267
8.1.4	Mittlerer Impulsübertrag beim Zweiteilchenstoß . . . . .	268

8.1.5	Mittlerer Impulsübertrag beim Stoß eines Teilchens mit einer Teilchenverteilung .....	271
8.1.6	Mittlerer Impulsübertrag beim Stoß eines Teilchens mit einer Maxwell-Verteilung .....	273
8.2	Relaxationszeiten .....	274
8.2.1	Abbremsung schneller Teilchen im Plasma .....	274
8.2.2	Energierelaxation .....	278
8.2.3	Impulsrelaxation .....	280
8.2.4	Runaway-Elektronen .....	284
8.3	Transportkoeffizienten .....	285
8.3.1	Konzept der kleinen Störung .....	285
8.3.2	Elektrische Leitfähigkeit .....	289
8.3.3	Diffusion parallel zum Magnetfeld .....	291
8.3.4	Thermische Leitfähigkeit parallel zum Magnetfeld .....	292
8.3.5	Die Onsager-Symmetrie .....	294
8.3.6	Ambipolare Diffusion .....	294
8.3.7	Diffusion senkrecht zum Magnetfeld .....	296
	Referenzen .....	299
	Weitere Literaturhinweise .....	300
<b>9</b>	<b>Niedertemperaturplasmen .....</b>	<b>301</b>
9.1	Plasmaerzeugung .....	302
9.1.1	Entladungstypen .....	302
9.1.2	Elektronenstoßionisation .....	304
9.1.3	Entladungsaufbau .....	305
9.2	Glimmentladungen .....	308
9.2.1	Einleitung und Charakterisierung .....	308
9.2.2	Zündung der Plasmaentladung .....	310
9.2.3	Strom-Spannungs-Charakteristik .....	313
9.2.4	Strom- und Feldverlauf in der Kathodenschicht .....	314
9.2.5	Der Kathodenfall .....	316
9.3	Langmuir-Sonden .....	317
9.3.1	Sättigungsstrom und Floating-Potential .....	317
9.3.2	Das Bohm-Kriterium .....	320
9.3.3	Verlauf des Schichtpotentials .....	324
9.3.4	Die Sondenkennlinie .....	327
9.3.5	Die Doppelsonde .....	328
9.3.6	Die Glühsonde .....	329
9.3.7	Langmuir-Kennlinie für nicht-thermische Elektronenverteilungen .....	331

9.4	Kapazitive Entladungen	334
9.4.1	Homogenes Modell	335
9.4.2	Entladungsparameter	338
	Referenzen	340
	Weitere Literaturhinweise	340
<b>10</b>	<b>Fusionsforschung</b>	<b>343</b>
10.1	Entwicklungsgeschichte	343
10.1.1	Plasma-Pinche	344
10.1.2	Stellaratoren	345
10.1.3	Spiegelmaschinen	348
10.1.4	Tokamaks	349
10.2	Energiebilanz der Kernfusion	351
10.2.1	Der Kernfusionsprozess	352
10.2.2	Schlüsselgrößen der Fusion	355
	Referenzen	360
	Weitere Literaturhinweise	360
<b>11</b>	<b>Magnetfeldkonfigurationen</b>	<b>363</b>
11.1	Allgemeine Eigenschaften	363
11.1.1	Geometrische Definitionen	363
11.1.2	Die Gleichungen der Magnetostatik	367
11.1.3	Flussflächen und Symmetrien	368
11.1.4	Magnetische Inseln	371
11.2	Konfigurationen für den Einschluss von Fusionsplasmen	374
11.2.1	Der stromführende Ring	374
11.2.2	Vertikal- und Toroidalfeld: der Tokamak	378
11.2.3	Magnetfeld der Spiegelmaschine	380
11.2.4	Multipolfelder: der Stellarator	382
11.2.5	Die Rotationstransformation im Stellarator	386
	Weitere Literaturhinweise	391
<b>12</b>	<b>Parameter Grenzen für Fusionsplasmen</b>	<b>393</b>
12.1	Grenzen für das erreichbare $\beta$	393
12.1.1	Grad-Shafranov-Gleichung	394
12.1.2	Gleichgewichts- $\beta$ -Grenze	396
12.1.3	Stabilitätsgrenzen	397
12.1.4	Charakterisierung instabiler Moden	398
12.2	Stromgetriebene Instabilitäten	399
12.2.1	Externe Kink-Instabilitäten	399
12.2.2	Kruskal-Shafranov-Grenze	400
12.2.3	Interne Kink-Instabilität	401
12.2.4	Tearing-Moden	402

12.3	Druckgetriebene Instabilitäten . . . . .	403
12.3.1	Das Mercier-Kriterium . . . . .	403
12.3.2	Ballooning-Instabilitäten . . . . .	404
12.3.3	Die Stabilitäts- $\beta$ -Grenze . . . . .	406
12.4	Die Dichtegrenze . . . . .	407
	Referenzen . . . . .	410
	Weitere Literaturhinweise . . . . .	410
<b>13</b>	<b>Teilchenbahnen in Fusionsplasmen . . . . .</b>	<b>411</b>
13.1	Teilchenbahnen in Spiegelmaschinen . . . . .	411
13.2	Teilchenbahnen im Tokamakfeld . . . . .	413
13.2.1	Die Bewegungsgleichung . . . . .	413
13.2.2	Passierende Teilchen . . . . .	417
13.2.3	Gefangene Teilchen und Bananenbahnen . . . . .	418
13.2.4	Bootstrap-Strom und Ware-Pinch . . . . .	420
13.3	Trajektorien im Stellaratorfeld . . . . .	423
13.3.1	Magnetfeldkonturen eines Torsatrons . . . . .	423
13.3.2	Klassifizierung der Bahnen . . . . .	425
13.3.3	Der Einfluss eines radialen elektrischen Feldes . . . . .	426
	Referenzen . . . . .	428
	Weitere Literaturhinweise . . . . .	428
<b>14</b>	<b>Stoßbehafteter Transport in Fusionsplasmen . . . . .</b>	<b>429</b>
14.1	Klassischer Transport . . . . .	430
14.1.1	Klassischer Transport im Teilchenbild . . . . .	430
14.1.2	Klassischer Transport im Flüssigkeitsbild . . . . .	432
14.2	Pfirsch-Schlüter-Transport . . . . .	433
14.2.1	Pfirsch-Schlüter-Transport im Teilchenbild . . . . .	434
14.2.2	Pfirsch-Schlüter-Transport im Flüssigkeitsbild . . . . .	434
14.2.3	Die toroidale Resonanz . . . . .	437
14.3	Neoklassischer Transport . . . . .	438
14.3.1	Neoklassischer Transport im Teilchenbild . . . . .	438
14.3.2	Stellaratorspezifische Elemente . . . . .	441
14.3.3	Neoklassischer Transport im Flüssigkeitsbild . . . . .	442
14.3.4	Kinetische Beschreibung des neoklassischen Transports . . . . .	447
14.3.5	Das ambipolare elektrische Feld . . . . .	448
	Referenzen . . . . .	452
	Weitere Literaturhinweise . . . . .	453
<b>15</b>	<b>Turbulenter Transport . . . . .</b>	<b>455</b>
15.1	Turbulenz in Flüssigkeiten . . . . .	456
15.1.1	Die Navier-Stokes-Gleichung . . . . .	456

15.1.2	Wirbel und Erhaltungssätze . . . . .	459
15.1.3	Zweidimensionale Flüssigkeiten . . . . .	462
15.2	Turbulenter Transport in magnetisierten Plasmen . . . . .	466
15.2.1	Statistische Analyseverfahren . . . . .	467
15.2.2	Elektrostatische Turbulenz . . . . .	472
15.2.3	Lineare Instabilitäten . . . . .	474
15.2.4	Elektromagnetische Turbulenz . . . . .	477
15.3	Die Driftwelle . . . . .	479
15.3.1	Wichtige Größen und Gleichungen . . . . .	479
15.3.2	Dynamik senkrecht zum Magnetfeld . . . . .	481
15.3.3	Das Grundmodell für Driftwellen . . . . .	483
15.3.4	Die Einfluss der Polarisationsdrift . . . . .	485
15.3.5	Instabilität und Dissipation . . . . .	486
15.3.6	Dynamik parallel zum Magnetfeld . . . . .	487
15.3.7	Dispersionsrelation parallel zum Magnetfeld . . . . .	488
15.4	Driftwellenturbulenz . . . . .	490
15.4.1	Die Modellgleichungen . . . . .	491
15.4.2	Dimensionslose Gleichungen . . . . .	492
15.4.3	Zweidimensionale Beschreibung der Driftwellen . . . . .	493
15.4.4	Zonalströmung und Reynolds-Stress . . . . .	495
15.5	Experimentelle Transportstudien . . . . .	497
15.5.1	Globale Einschusszeiten . . . . .	497
15.5.2	Bestimmung von Diffusionskoeffizienten . . . . .	499
15.5.3	Experimente zum turbulenten Transport . . . . .	502
15.5.4	Transportbarrieren . . . . .	504
	Referenzen . . . . .	508
	Weitere Literaturhinweise . . . . .	509
<b>16</b>	<b>Prozesse am Plasmarand . . . . .</b>	<b>511</b>
16.1	Plasmawandwechselwirkung . . . . .	511
16.2	Plasmaparameter der Randschicht . . . . .	513
16.2.1	Abfalllängen . . . . .	514
16.2.2	Geometrieeffekte . . . . .	519
16.2.3	Transport durch die Debye-Schicht . . . . .	521
16.2.4	Das Zweipunktmodell . . . . .	524
16.2.5	Detachment . . . . .	529
16.3	Plasmatransport in der Randschicht . . . . .	532
16.3.1	Plasmaströmungen und Ströme . . . . .	532
16.3.2	Senkrechte Diffusion im Divertor . . . . .	534
16.3.3	Intermittenter Transport in der Abschältschicht . . . . .	536
	Referenzen . . . . .	540
	Weitere Literaturhinweise . . . . .	540

**Anhang A Definitionen und Einheiten** ..... 543

    A.1 Lateinische Symbole ..... 543

    A.2 Griechische Symbole ..... 546

    A.3 Umrechnungen ..... 549

**Anhang B Formelsammlung** ..... 551

    B.1 Vektoralgebra ..... 551

    B.2 Integralsätze ..... 552

    B.3 Die Maxwell-Gleichungen ..... 552

    B.4 Vektoroperatoren und Koordinaten ..... 553

    B.5 Die Fehlerfunktion ..... 554

    B.6 Die Gamma-Funktion ..... 554

    B.7 Teilchen- und Flüssigkeitsdriften ..... 555

    B.8 Flüssigkeitsgleichungen ..... 556

**Stichwortverzeichnis** ..... 557

Plasmaphysik

Phänomene, Grundlagen und Anwendungen

Stroth, U.

2018, XV, 568 S. 255 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-662-55235-3