

Daniel Gutzmann

Semantik

Eine Einführung

Lösungen der Aufgaben im Buch

Hinweis:

Die aktuelle Ausgabe der Einführung enthält leider diverse mehr oder weniger unscheinbare Tipp- und Satzfehler, die aber teilweise zu falschen Definitionen führen.

Bitte beachten Sie deshalb das Erratum, das Sie unter https://doi.org/10.1007/978-3-476-04870-7_12 finden.

J. B. Metzler Verlag

Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 3

Aufgabe 1

Als erstes stellen wir fest, dass es sich bei *Alex kocht* und *Sascha mag Deniz* um wohlgeformte Ausdrücke handelt.

Da $Alex \in \{Alex, Deniz, Sasha\}$ (= NAME) und
 $kocht \in \{kocht\}$ (= V_1),
 $Alex\ kocht \in WFA$.

Da $Sasha \in \{Alex, Deniz, Sasha\}$ (= NAME) und
 $mag \in \{mag\}$ (= V_2) und
 $Deniz \in \{Alex, Deniz, Sasha\}$ (= NAME)
 $Sasha\ mag\ Deniz \in WFA$.

Da beides also wohlgeformte Ausdrücke sind, lassen sie sich durch die Interpretationsfunktion berechnen:

$\llbracket Alex\ kocht \rrbracket$
 $= 1$, wenn $\llbracket Alex \rrbracket \in \llbracket kocht \rrbracket$
 $= 1$, wenn $I(Alex) \in I(kocht)$
 $= 0$, da $A \notin \{D, S\}$

$\llbracket Sasha\ mag\ Deniz \rrbracket$
 $= 1$, wenn $\langle \llbracket Sasha \rrbracket, \llbracket Deniz \rrbracket \rangle \in \llbracket mag \rrbracket$
 $= 1$, wenn $\langle I(Sasha), I(Deniz) \rangle \in I(mag)$
 $= 1$, da $\langle S, D \rangle \in \{\langle D, S \rangle, \langle S, D \rangle, \langle A, S \rangle\}$

Aufgabe 2

Erweiterung von L_{1+2} zu L_{1+2+3}

- a) *Lexikon*: Wenn $\alpha \in V_3$, dann $\alpha \in WFA$.
- b) *Syntax*: Wenn $\alpha, \beta, \gamma \in NAME$ und $\delta \in V_3$, dann $\alpha\ \delta\ \beta\ \gamma \in WFA$.
- c) *Modell*: Wenn $\alpha \in V_3$, dann $I(\alpha) \in \wp(D_e \times D_e \times D_e)$.
- d) *Interpretation*: $\llbracket \alpha\ \delta\ \beta\ \gamma \rrbracket = 1$, wenn $\langle \llbracket \alpha \rrbracket, \llbracket \beta \rrbracket, \llbracket \gamma \rrbracket \rangle \in \llbracket \delta \rrbracket$.

Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 4

Aufgabe 1

Einwohnerfunktion: Diese Funktion gibt für jedes Bundesland die Einwohnerzahl im Jahr 2018 an (Quelle: Wikipedia). Diese Funktion ist **eindeutig**, da keine zwei Bundesländer die gleiche Einwohnerzahl haben. Es ist zugleich eine **totale** Funktion, da jedem Bundesland eine Einwohnerzahl zugeordnet wird.

BUNDESLAND	ZAHL
Baden-Württemberg	↦ 11.069.533
Bayern	↦ 13.076.721
Berlin	↦ 3.644.826
Brandenburg	↦ 2.511.917
Bremen	↦ 682.986
Hamburg	↦ 1.841.179
Hessen	↦ 6.265.809
Mecklenburg-Vorpommern	↦ 1.609.675
Niedersachsen	↦ 7.982.448
Nordrhein-Westfalen	↦ 17.932.651
Rheinland-Pfalz	↦ 4.084.844
Saarland	↦ 990.509
Sachsen-Anhalt	↦ 2.208.321
Sachsen	↦ 4.077.937
Schleswig-Holstein	↦ 2.896.712
Thüringen	↦ 2.143.145

Mutterfunktion: Diese Funktion bildet jede Person im Modell auf ihre Mutter ab. Es handelt sich hier um eine **totale** Funktion, da jede Person (so nehmen wir an) eine Mutter hat. Die Funktion ist nur **eindeutig**, aber nicht eineindeutig, da Geschwister auf die gleiche Mutter abgebildet werden.

PERSON	PERSON
Alex	↦ Sophie
Bente	↦ Marie
Chris	↦ Paulina
Deniz	↦ Sophie

Kindfunktion: Diese Funktion bildet jede Person im Modell auf ihr erstes Kind ab. Es handelt sich hier um eine **partielle** Funktion, da nicht alle Personen ein Kind haben. Die Funktion ist nur **eindeutig**, aber nicht ein-eindeutig, da Mutter und Vater auf das gleiche Kind abgebildet werden, wenn es für beide das erste Kind ist.

PERSON		PERSON
Sophie	↦	Alex
Marie	↦	Bente
Paulina	↦	Chris
David	↦	Chris
Stefan	↦	
Dan	↦	Alex
Eric	↦	Bente
Elsa	↦	

Aufgabe 2

$$\{A, T\} \longrightarrow \left[\begin{array}{lcl} A & \mapsto & \boxed{1} \\ E & \mapsto & 0 \\ I & \mapsto & 0 \\ K & \mapsto & 0 \\ T & \mapsto & \boxed{1} \end{array} \right]$$

Aufgabe 3

$$\left[\begin{array}{lcl} A & \mapsto & \boxed{1} \\ I & \mapsto & 0 \\ L & \mapsto & \boxed{1} \\ M & \mapsto & \boxed{1} \\ V & \mapsto & 0 \\ Y & \mapsto & 0 \end{array} \right] \longrightarrow \{A, L, M\}$$

Aufgabe 4

Da eine Person durchaus mehr als eine Person lieben kann, würde es sich nicht um eine Funktion handeln, wenn man jeder Person die Personen zuordnet, die sie liebt, da ein Argument mehrere Werte erhalten müsste. Dies ist für Funktionen ausgeschlossen.

Darüber hinaus ist *lieben* syntaktisch gesehen ein zweistelliges Verb, das sich zunächst mit einem direkten Objekt verbindet, was die vorgeschlagene Funktion nicht leisten kann, da diese einstellig ist.

Aufgabe 5

ärgerst als Funktion:

$$\left[\begin{array}{c} D \mapsto \\ K \mapsto \\ S \mapsto \end{array} \left[\begin{array}{c} D \mapsto 0 \\ K \mapsto 1 \\ S \mapsto 0 \\ D \mapsto 1 \\ K \mapsto 0 \\ S \mapsto 0 \\ D \mapsto 0 \\ K \mapsto 1 \\ S \mapsto 0 \end{array} \right] \right]$$

$\llbracket \text{Deniz} \text{ ärgert } \text{Sasha} \rrbracket$

$$\begin{aligned} &= \llbracket \text{ärgert } \text{Sasha} \rrbracket (\llbracket \text{Deniz} \rrbracket) && \text{nach (62b)} \\ &= \llbracket \text{ärgert } \text{Sasha} \rrbracket (I(\text{Deniz})) && \text{nach (62a)} \\ &= \llbracket \text{ärgert } \text{Sasha} \rrbracket (D) && \text{aus Modell} \\ &= \llbracket \text{ärgert} \rrbracket (\llbracket \text{Sasha} \rrbracket) (D) && \text{nach (62b)} \\ &= \llbracket \text{ärgert} \rrbracket (I(\text{Sasha})) (A) && \text{nach (62a)} \\ &= \llbracket \text{ärgert} \rrbracket (S) (A) && \text{aus Modell} \\ &= I(\text{ärgert}) (S) (A) && \text{nach (62a)} \end{aligned}$$

$$= \left[\begin{array}{c} D \mapsto \\ K \mapsto \\ S \mapsto \end{array} \left[\begin{array}{c} D \mapsto 0 \\ K \mapsto 1 \\ S \mapsto 0 \\ D \mapsto 1 \\ K \mapsto 0 \\ S \mapsto 0 \\ D \mapsto 0 \\ K \mapsto 1 \\ S \mapsto 0 \end{array} \right] \right] (S)(D) \quad \text{aus Modell}$$

$$= 0$$

Aufgabe 6

Erweiterung von $L_{1+2}\text{-func}$ zu $L_{1+2+3}\text{-func}$

a) *Grammatik:*

$V_3 \subset \text{WFA}$.

Wenn $\alpha \in V_3$ und $\beta \in \text{NAME}$, dann $\alpha \beta \in V_2$.

b) *Modell:* Wenn $\alpha \in V_3$, dann $I(\alpha) \subset (D_e \times D_e \times D_e)$.

Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 5

Aufgabe 1

- $\langle t, e \rangle$ ist ein Typ, da t ein Typ ist und e ein Typ ist.
- $\langle e, e \rangle$ ist ein Typ, da e ein Typ ist.
- $\langle e, e, t \rangle$ ist kein Typ, da immer genau zwei Typen zu einem komplexen Typ kombiniert werden müssen.
- $\langle e \rangle$ ist kein Typ, da immer genau zwei Typen zu einem komplexen Typ kombiniert werden müssen.
- $\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$ ist ein Typ, da $\langle e, t \rangle$ ein Typ ist, weil e und t Typen sind.
- $\langle \langle d, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$ ist kein Typ, da $\langle d, t \rangle$ kein Typ ist, weil d kein Typ ist.
(Zumindest in den Definitionen unseres Buches. Wenn Sie sich jemals mit Adjektiv- bzw. Gradsemantik beschäftigen, wird Ihnen der Typ d (für *Grade*, englisch »degrees«) begegnen.)

Aufgabe 2

Ein dreistelliges Verb ist wie ein zweistelliges Verb, dem ein weiteres Individuum als Argument fehlt. Also muss es eine Funktion sein, die ein Argument vom Typ e nimmt und auf etwas vom Typ eines zweistelligen Verbs abbildet.

Folglich: $\langle e, \langle e, \langle e, t \rangle \rangle \rangle$

Aufgabe 3

Bente joggt $\rightarrow$ **joggen**(**bente**)

$$\begin{aligned}
 & \llbracket \text{joggen}(\text{bente}) \rrbracket \\
 &= \llbracket \text{joggen} \rrbracket (\llbracket \text{bente} \rrbracket) \\
 &= I(\text{joggen})(I(\text{bente})) \\
 &= \begin{bmatrix} A & \mapsto & 0 \\ B & \mapsto & 0 \\ C & \mapsto & 1 \end{bmatrix} (B) = 0
 \end{aligned}$$

Chris ruft Alex $\rightarrow$ **rufen(alex)(chris)**

$$\begin{aligned}
 & \llbracket \text{rufen(alex)(chris)} \rrbracket \\
 = & \llbracket \text{rufen(alex)} \rrbracket (\llbracket \text{chris} \rrbracket) \\
 = & \llbracket \text{rufen} \rrbracket (\llbracket \text{alex} \rrbracket) (\llbracket \text{chris} \rrbracket) \\
 = & I(\text{rufen})(I(\text{alex}))(I(\text{chris}))
 \end{aligned}$$

$$= \left[\begin{array}{c} A \mapsto \\ B \mapsto \\ C \mapsto \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{c} A \mapsto 0 \\ B \mapsto 1 \\ C \mapsto 1 \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} A \mapsto 1 \\ B \mapsto 0 \\ C \mapsto 0 \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} A \mapsto 0 \\ B \mapsto 0 \\ C \mapsto 0 \end{array} \right] \end{array} \right\} \right] (A)(C)$$

$$= \left[\begin{array}{c} A \mapsto 0 \\ B \mapsto 1 \\ C \mapsto 1 \end{array} \right] (C) = 1$$

Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 6

Aufgabe 1

- (Es regnet) oder (es regnet nicht).

$$p \vee \neg p$$

p	$\neg p$	$p \vee \neg p$
1	0	1
1	0	1
0	1	1
0	1	1

- Wenn die Sonne scheint, (dann regnet es nicht oder es gibt einen Regenbogen).

$$p \rightarrow (\neg q \vee r)$$

p	q	r	$\neg q$	$\neg q \vee r$	$p \rightarrow (\neg q \vee r)$
1	1	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1

- (Es regnet und die Sonne scheint) oder (Es regnet nicht und die Sonne scheint).

$$(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q)$$

p	q	$p \wedge q$	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q)$
1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	0	0	1	0	0

Aufgabe 2

Rechnung in $L_{\text{Typ}+J}$

$\llbracket \text{schnarchen}(\text{deniz}) \rightarrow \text{nerven}(\text{sasha})(\text{deniz}) \rrbracket = 1$, wenn

a) $\llbracket \text{schnarchen}(\text{deniz}) \rrbracket = 0$ oder

b) $\llbracket \text{nerven}(\text{sasha})(\text{deniz}) \rrbracket = 1$.

Rechnung 1

$$\begin{aligned} & \llbracket \text{schnarchen}(\text{deniz}) \rrbracket \\ &= \llbracket \text{schnarchen} \rrbracket (\llbracket \text{deniz} \rrbracket) \\ &= I(\text{schnarchen})(I(\text{deniz})) \\ &= \left[\begin{array}{cc} D & \mapsto 1 \\ S & \mapsto 0 \end{array} \right] (D) = 1. \end{aligned}$$

Rechnung 2

$$\begin{aligned} & \llbracket \text{nerven}(\text{sasha})(\text{deniz}) \rrbracket \\ &= \llbracket \text{nerven}(\text{sasha}) \rrbracket (\llbracket \text{deniz} \rrbracket) \\ &= \llbracket \text{nerven} \rrbracket (\llbracket \text{sasha} \rrbracket) (\llbracket \text{deniz} \rrbracket) \\ &= I(\text{nerven})(I(\text{sasha}))(I(\text{deniz})) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \left[\begin{array}{cc} D & \mapsto \left[\begin{array}{cc} D & \mapsto 0 \\ S & \mapsto 0 \end{array} \right] \\ S & \mapsto \left[\begin{array}{cc} D & \mapsto 1 \\ S & \mapsto 0 \end{array} \right] \end{array} \right] (S)(D) \\ &= \left[\begin{array}{cc} D & \mapsto 1 \\ S & \mapsto 0 \end{array} \right] (D) = 1. \end{aligned}$$

Also: $\llbracket \text{schnarchen}(\text{deniz}) \rightarrow \text{nerven}(\text{sasha})(\text{deniz}) \rrbracket = 1$.

Rechnung in $L_{Typ/I}$

$$\begin{aligned}
& \llbracket \text{schnarchen}(\text{deniz}) \rightarrow \text{nerven}(\text{sasha})(\text{deniz}) \rrbracket \\
&= \llbracket \rightarrow(\text{schnarchen}(\text{deniz}))(\text{nerven}(\text{sasha})(\text{deniz})) \rrbracket \\
&= \llbracket \rightarrow \rrbracket (\llbracket \text{schnarchen}(\text{deniz}) \rrbracket) (\llbracket \text{nerven}(\text{sasha})(\text{deniz}) \rrbracket) \\
&= \llbracket \rightarrow \rrbracket (\llbracket \text{schnarchen} \rrbracket (\llbracket \text{deniz} \rrbracket)) (\llbracket \text{nerven} \rrbracket (\llbracket \text{sasha} \rrbracket) (\llbracket \text{deniz} \rrbracket)) \\
&= \llbracket \rightarrow \rrbracket (I(\text{schnarchen})(I(\text{deniz}))(I(\text{nerven}))(I(\text{sasha}))(I(\text{deniz}))) \\
&= \llbracket \rightarrow \rrbracket (1)(1) \quad (\text{Wahrheitswerte der Einzelsätze wie oben berechnen}) \\
&= \left[\begin{array}{cc} 1 & \mapsto \\ 0 & \mapsto \end{array} \left[\begin{array}{ccc} 1 & \mapsto & 1 \\ 0 & \mapsto & 0 \\ 1 & \mapsto & 1 \\ 0 & \mapsto & 1 \end{array} \right] \right] (1)(1) \\
&= \left[\begin{array}{ccc} 1 & \mapsto & 1 \\ 0 & \mapsto & 1 \end{array} \right] (1) = 1.
\end{aligned}$$

Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 7

Aufgabe 1

$$\begin{array}{ll}
 D_e = \{A, B, C, D\} & I(\mathbf{klug}) = \{B, D\} \\
 sie \rightarrow z : e & ist\ klug \rightarrow \mathbf{klug} : \langle e, t \rangle
 \end{array}
 \quad
 g = \begin{bmatrix} \vdots & \\ x \mapsto A & \\ y \mapsto C & \\ z \mapsto B & \\ \vdots & \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 & \llbracket \mathbf{klug}(z) \rrbracket^{M,g} \\
 &= \llbracket \mathbf{klug} \rrbracket^{M,g}(\llbracket z \rrbracket^{M,g}) \\
 &= I(\mathbf{klug})(g(z)) \\
 &= \begin{bmatrix} A \mapsto 0 \\ B \mapsto 1 \\ C \mapsto 0 \\ D \mapsto 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \vdots \\ x \mapsto A \\ y \mapsto C \\ z \mapsto B \\ \vdots \end{bmatrix} (z) \right) \\
 &= \begin{bmatrix} A \mapsto 0 \\ B \mapsto 1 \\ C \mapsto 0 \\ D \mapsto 1 \end{bmatrix} (B) = 1
 \end{aligned}$$

In dieser Rechnung wurde *sie* mit *z* übersetzt und *z* wird durch die *g*-Funktion auf B(ente) abgebildet. Wir können das Pronomen aber auch mit einer anderen Variablen übersetzen (zum Beispiel *y*) und dadurch auf Chris referieren lassen. Alternativ könnten wir auch eine andere *g*-Funktion annehmen, die *z* auf Chris abbildet.

Aufgabe 2

Nur zwei Lesarten sind hier plausibel:

- Sie (= Bente) mag sie (= Chris).
- Sie (= Chris) mag sie (= Bente).

Übersetzen wir erst *sie* mit x und das andere *sie* mit y , dann werden die beiden Lesarten durch die folgenden beiden Variablenbelegungsfunktionen ermöglicht.

$$g_1 = \begin{bmatrix} \vdots \\ x \mapsto B \\ y \mapsto C \\ \vdots \end{bmatrix} \quad g_2 = \begin{bmatrix} \vdots \\ x \mapsto C \\ y \mapsto B \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Aufgabe 3

In dem bisherigen System stehen die Sätze für sich allein. In dem genannten Beispiel ist die wahrscheinlichste Lesart, dass das Pronomen im zweiten Satz auf Bente referiert, die im vorherigen Satz eingeführt wird. Es müsste also einen Mechanismus geben, der dafür sorgt, dass das Vorkommen von Bente im ersten Satz dafür sorgt, dass die g -Funktion die Übersetzung des Pronomens im zweiten Satz auf Bente abbildet. Dies ist in unserem System zwar nicht vorgesehen, derartige Überlegungen bilden aber das Fundament von sogenannten dynamischen Semantiken.

Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 8

Aufgabe 1

a)

$(\lambda P \lambda x. P(x)) (\lambda y. \mathbf{R}(y)(x))$	→ λ -Konversion von y im Argument
$(\lambda P \lambda x. P(x)) (\mathbf{R}(x))$	→ Gebundene Umbenennung von x in der Funktion
$(\lambda P \lambda z. P(z)) (\mathbf{R}(x))$	→ λ -Konversion von P
$\lambda z. \mathbf{R}(x)(z)$	→ Eigenkonversion von λz
$\mathbf{R}(x)$	

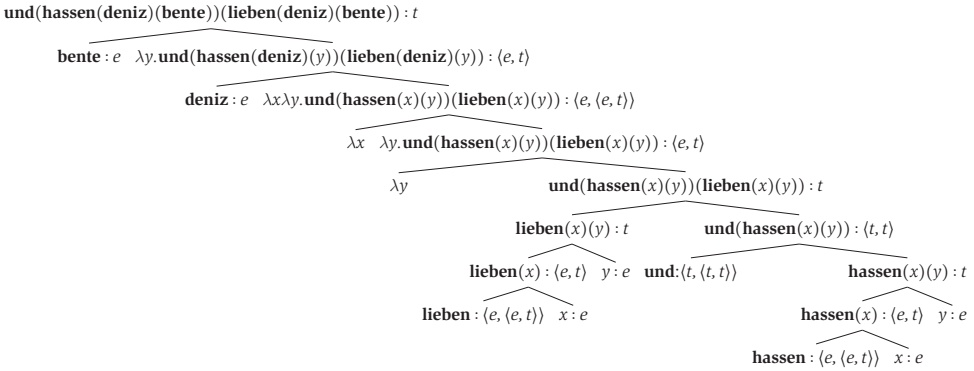
b)

$(\lambda Q. Q(\lambda x. \mathbf{R}(\mathbf{b})(x))) (\lambda P. P(x))$	→ λ -Konversion von Q
$\lambda P. P(x) (\lambda x. \mathbf{R}(\mathbf{b})(x))$	→ Gebundene Umbenennung von x im Argument
$\lambda P. P(x) (\lambda y. \mathbf{R}(\mathbf{b})(y))$	→ λ -Konversion von P
$\lambda y. \mathbf{R}(\mathbf{b})(y)(x)$	→ λ -Konversion von y
$\mathbf{R}(\mathbf{b})(x)$	

Aufgabe 2

Die beiden Ausdrücke unterscheiden sich darin, dass die syntaktischen Argumente jeweils eine andere Argumentposition in der Semantik füllen. So ist das erste syntaktische Argument aus $\lambda x \lambda y. \mathbf{lieben}(x)(y)$ auch das erste (= innenstehende) semantische Argument, sodass das Objekt der Person entspricht, die geliebt wird, und das Subjekt der Person entspricht, die liebt. In $\lambda y \lambda x. \mathbf{lieben}(x)(y)$ entspricht das erste syntaktische Argument aber der liebenden Person (= dem zweiten semantischen Argument) und das zweite syntaktische Argument der geliebten Person. Dies wäre eine gute Übersetzung für das passivische Prädikat *wird geliebt von*.

Aufgabe 3

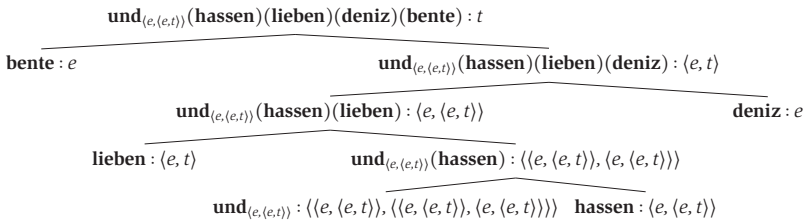


Aufgabe 4

Wir können eine Konjunktion für zweistellige Verben analog zu der Konjunktion für einstellige Verben aus dem Text definieren (wobei P und Q hier ausnahmsweise Variablen vom Typ $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$ sind).

$$\text{und}_{\langle e, \langle e, t \rangle \rangle} \stackrel{\text{def}}{=} \lambda P \lambda Q \lambda x \lambda y. \text{und}(P(x)(y))(Q(x)(y))$$

Damit können wir den Satz dann ebenfalls analysieren.



Mit der Äquivalenz oben können wir zeigen, dass diese Analyse das gleiche Ergebnis liefert wie die Analyse aus Aufgabe 3.

$$\begin{aligned}
 & \text{und}_{\langle e, \langle e, t \rangle \rangle}(\text{haszen})(\text{lieben})(\text{deniz})(\text{bente}) \\
 = & \lambda P \lambda Q \lambda x \lambda y. \text{und}(P(x)(y))(Q(x)(y))(\text{haszen})(\text{lieben})(\text{deniz})(\text{bente}) \\
 = & \lambda Q \lambda x \lambda y. \text{und}(\text{haszen}(x)(y))(Q(x)(y))(\text{haszen})(\text{lieben})(\text{deniz})(\text{bente}) \\
 = & \lambda x \lambda y. \text{und}(\text{haszen}(x)(y))(\text{lieben}(x)(y))(\text{deniz})(\text{bente}) \\
 = & \lambda y. \text{und}(\text{haszen}(\text{deniz})(y))(\text{lieben}(\text{deniz})(y))(\text{bente}) \\
 = & \text{und}(\text{haszen}(\text{deniz})(\text{bente}))(\text{lieben}(\text{deniz})(\text{bente}))
 \end{aligned}$$

Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 9

Aufgabe 1

- $\exists y[\text{lehrende}(z) \rightarrow \text{schnarchen}(y)]$
Wohlgeformt.
- $\exists y[\text{lehrende} \rightarrow \text{schnarchen}]$
Nicht wohlgeformt, da der Ausdruck über den quantifiziert wird – also **lehrende** $\rightarrow$ **schnarchen** – nicht wohlgeformt ist. Außerdem gibt es einen Klammerungsfehler.
- $\forall x \exists y(\text{lehrende}(x) \rightarrow \text{schnarchen}(y))$
Nicht wohlgeformt, da die Definition eckige Klammern verlangt.

Aufgabe 2

Modell

$$D_e = \{A, B, C\} \quad I(\mathbf{dösen}) = \begin{bmatrix} A & \mapsto & 0 \\ B & \mapsto & 0 \\ C & \mapsto & 1 \end{bmatrix}$$

$\llbracket \forall x[\mathbf{dösen}(x)] \rrbracket^{M,g} = 1$, wenn für alle $d \in \{A, B, C\}$ gilt:
 $\llbracket \mathbf{dösen}(x) \rrbracket^{M,g[x \rightarrow d]} = 1$.

Rechnung 1

$$\begin{aligned} & \llbracket \mathbf{dösen}(x) \rrbracket^{M,g[x \rightarrow A]} \\ &= \llbracket \mathbf{dösen} \rrbracket^{M,g[x \rightarrow A]} (\llbracket x \rrbracket^{M,g[x \rightarrow A]}) \\ &= I(\mathbf{dösen})(g[x \rightarrow A](x)) \\ &= I(\mathbf{dösen})(A) \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} A & \mapsto & 0 \\ B & \mapsto & 0 \\ C & \mapsto & 1 \end{bmatrix} (A)$$

$$= 0$$

Da bereits diese Belegung zu einem unwahren Ergebnis führt (weil A nicht döst), wissen wir schon, dass $\llbracket \forall x[\mathbf{dösen}(x)] \rrbracket^{M,g} = 0$.

Aufgabe 3

Modell

$$D_e = \{A, B, C\} \quad I(\mathbf{dösen}) = \begin{bmatrix} A & \mapsto & 0 \\ B & \mapsto & 0 \\ C & \mapsto & 1 \end{bmatrix} \quad I(\mathbf{dozentin}) = \begin{bmatrix} A & \mapsto & 0 \\ B & \mapsto & 1 \\ C & \mapsto & 0 \end{bmatrix}$$

$\llbracket \exists x[\mathbf{dozentin}(x) \wedge \mathbf{dösen}(x)] \rrbracket^{M,g} = 1$, wenn für mindestens ein $d \in \{A, B, C\}$ gilt:

$$\llbracket \mathbf{dozentin}(x) \wedge \mathbf{dösen}(x) \rrbracket^{M,g[x \rightarrow d]} = 1.$$

Rechnung 1

$$\begin{aligned} & \llbracket \mathbf{dozentin}(x) \wedge \mathbf{dösen}(x) \rrbracket^{M,g[x \rightarrow A]} \\ &= \llbracket \wedge \rrbracket^{M,g[x \rightarrow A]} (\llbracket \mathbf{dozentin}(x) \rrbracket^{M,g[x \rightarrow A]} (\llbracket \mathbf{dösen}(x) \rrbracket^{M,g[x \rightarrow A]})) \\ &= \llbracket \wedge \rrbracket^{M,g[x \rightarrow A]} (\llbracket \mathbf{dozentin} \rrbracket^{M,g[x \rightarrow A]} (\llbracket x \rrbracket^{M,g[x \rightarrow A]})) (\llbracket \mathbf{dösen} \rrbracket^{M,g[x \rightarrow A]} (\llbracket x \rrbracket^{M,g[x \rightarrow A]})) \\ &= \llbracket \wedge \rrbracket^{M,g[x \rightarrow A]} (I(\mathbf{dozentin})(g[x \rightarrow A](x))) (I(\mathbf{dösen})(g[x \rightarrow A](x))) \\ &= \left[\begin{array}{c} 1 \mapsto \\ 0 \mapsto \end{array} \left[\begin{array}{ccc} 1 & \mapsto & 1 \\ 0 & \mapsto & 0 \\ 1 & \mapsto & 0 \\ 0 & \mapsto & 0 \end{array} \right] \right] \left(\left(\left[\begin{array}{ccc} A & \mapsto & 0 \\ B & \mapsto & 1 \\ C & \mapsto & 0 \end{array} \right] (A) \right) \left(\left[\begin{array}{ccc} A & \mapsto & 0 \\ B & \mapsto & 0 \\ C & \mapsto & 1 \end{array} \right] (A) \right) \right) \\ &= \left[\begin{array}{c} 1 \mapsto \\ 0 \mapsto \end{array} \left[\begin{array}{ccc} 1 & \mapsto & 1 \\ 0 & \mapsto & 0 \\ 1 & \mapsto & 0 \\ 0 & \mapsto & 0 \end{array} \right] \right] (0) (0) = 0 \end{aligned}$$

Da die »Einsetzung« von A noch nicht zu einem wahren Ergebnis führt, müssen wir noch die Einsetzung mit B (und C) prüfen. Das können wir einfach tun, indem wir in der vorletzten Zeile die beiden Vorkommen von A jeweils durch B bzw. ersetzen. Dann sehen wir, dass $\llbracket \mathbf{dozentin}(x) \wedge \mathbf{dösen}(x) \rrbracket$ auch in Bezug auf die Belegungsvarianten $g[x \rightarrow B]$ und $g[x \rightarrow C]$ falsch wird. Folglich ist $\llbracket \exists x[\mathbf{dozentin}(x) \wedge \mathbf{dösen}(x)] \rrbracket^{M,g} = 0$.

Aufgabe 4

$\forall x[\text{studierend}(x) \wedge \text{büffeln}(x)]$ wird dann als wahr interpretiert, wenn für alle Individuen aus D_e gilt, dass sie Studierende sind und büffeln. Dies ist offensichtlich zu stark und entspricht nicht unseren Intuitionen, denn *Alle Studierenden büffeln* besagt ja nicht, dass alle Individuen büffelnde Studierende sind.

In folgendem Modell sollte *Alle Studierenden büffeln* als wahr herauskommen, da die Studierenden B, C und D auch zu den büffelnden Individuen gehören.

$$D_e = \{A, B, C, D, E\} \quad I(\text{studierende}) = \{B, C, D\} \quad I(\text{büffeln}) = \{B, C, D, E\}$$

Die Interpretation von $\forall x[\text{studierend}(x) \wedge \text{büffeln}(x)]$ verlangt aber, dass für alle möglichen Belegungen von x gilt, dass x studiert und büffelt. Bereits für A kann jedoch gezeigt werden, dass $\llbracket \text{studierend}(x) \wedge \text{büffeln}(x) \rrbracket^{M, g[x \mapsto A]} = 0$.

Aufgabe 5

Die Probleme, die quantifizierte Phrasen in Objektposition darstellen, werden ausführlich in Kapitel 10.4 diskutiert.

Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 10

Aufgabe 1

- Wenn $\alpha \in \mathbf{wFA}_t$ und $v \in \mathbf{V}_\sigma$, dann $\exists^3 v[\alpha] \in \mathbf{wFA}_t$.
- $\llbracket \exists^3 v[\alpha] \rrbracket^{M,g} = 1$, wenn für mindestens ein $d \in D_\sigma$ und ein $e \in D_\sigma$ und ein $f \in D_\sigma$ gilt:
 $\llbracket \alpha \rrbracket^{M,g[v \rightarrow d]} = 1$ und $\llbracket \alpha \rrbracket^{M,g[v \rightarrow e]} = 1$ und $\llbracket \alpha \rrbracket^{M,g[v \rightarrow f]} = 1$ und $d \neq e \neq f$.

Aufgabe 2

- $\{A, D\}$
- $\{X, B, Y\}$
- $\emptyset$

Aufgabe 3

- $\llbracket \text{kein} \rrbracket =$ die Funktion f , sodass für alle Funktionen $A, B \in D_{\langle e, t \rangle}$ gilt:
 $f(A)(B) = 1$, wenn $\downarrow A \cap \downarrow B = \emptyset$
- $\llbracket \text{weniger-als-zwei} \rrbracket =$ die Funktion f , sodass für alle Funktionen $A, B \in D_{\langle e, t \rangle}$ gilt:
 $f(A)(B) = 1$, wenn $|\downarrow A \cap \downarrow B| < 2$
- $\llbracket \text{höchstens-die-Hälfte-aber-mindestens-10} \rrbracket =$ die Funktion f , sodass für alle Funktionen $A, B \in D_{\langle e, t \rangle}$ gilt:
 $f(A)(B) = 1$, wenn $\frac{|\downarrow A \cap \downarrow B|}{|\downarrow A|} \leq 0,5$ und $|\downarrow A \cap \downarrow B| \geq 10$.

Aufgabe 4

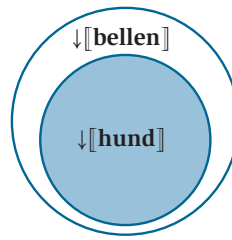
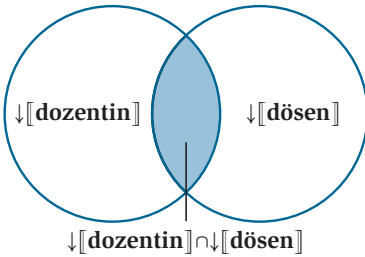
- $D_e = \{A, B, C, D, E\}$
 $I(\text{dozentin}) = \{A, B\}$
 $I(\text{hund}) = \{C, D\}$
- $D_e = \{A, B, C, D, E\}$
 $I(\text{dozentin}) = \{A, B\}$
 $I(\text{hund}) = \{C, D\}$

$$I(\text{dösen}) = \{A, C\}$$

$$I(\text{bellen}) = \{C, D, E\}$$

$$I(\text{dösen}) = \emptyset$$

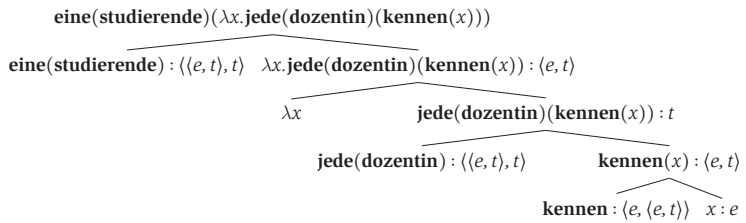
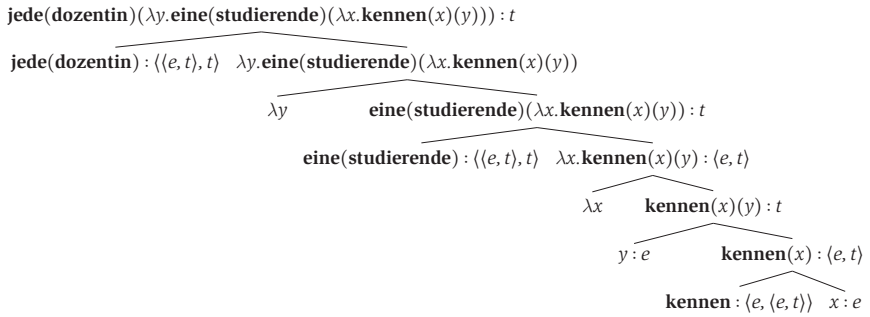
$$I(\text{bellen}) = \emptyset$$



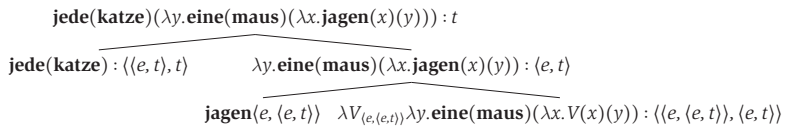
Aufgabe 5

- Für alle Studierenden x gilt: es gibt eine Dozentin y , so dass gilt: es gibt einen Elternteil z , so dass gilt: x stellt y z vor.
- Für alle Studierenden x gilt: es gibt einen Elternteil z , so dass gilt: es gibt eine Dozentin y , so dass gilt: x stellt y z vor.
- Es gibt eine Dozentin y , so dass gilt: für alle Studierenden x gilt: es gibt einen Elternteil z , so dass gilt: x stellt y z vor.
- Es gibt eine Dozentin y , so dass gilt: es gibt einen Elternteil z , so dass gilt: für alle Studierenden x gilt: x stellt y z vor.
- Es gibt einen Elternteil z , so dass gilt: für alle Studierenden x gilt: es gibt eine Dozentin y , so dass gilt: x stellt y z vor.
- Es gibt einen Elternteil z , so dass gilt: es gibt eine Dozentin y , so dass gilt: für alle Studierenden x gilt: x stellt y z vor.

Aufgabe 6

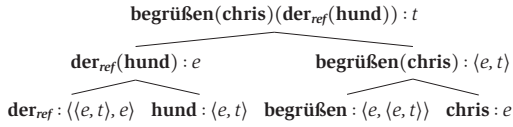


Aufgabe 7

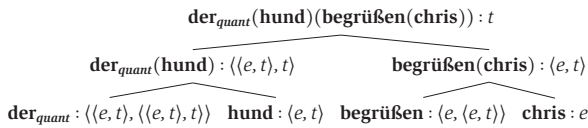


Aufgabe 8

Semantische Struktur mit quantifikationellem Definitartikel



Semantische Struktur mit referentielllem Definitartikel:



Modelle:

Satz wird wahr:	$D_e = \{A, B, C\}$	$I(\text{chris}) = C \ I(\text{hund}) = \{A\}$	$I(\text{begrüßen}) = \{\langle A, C \rangle\}$
Satz wird falsch:	$D_e = \{A, B, C\}$	$I(\text{chris}) = C \ I(\text{hund}) = \{A\}$	$I(\text{begrüßen}) = \{\langle B, C \rangle\}$
Präsuppositionsfehler:	$D_e = \{A, B, C\}$	$I(\text{chris}) = C \ I(\text{hund}) = \emptyset$	$I(\text{begrüßen}) = \{\langle B, C \rangle\}$

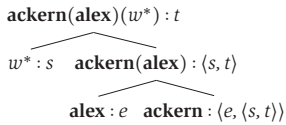
Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 11

Aufgabe 1

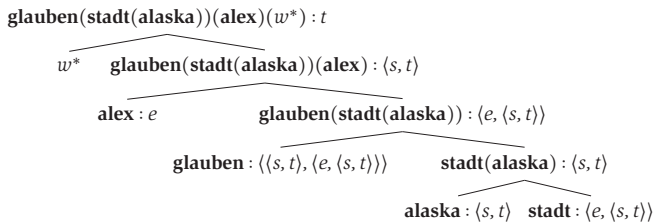
- Der Wahrheitswert des Satzes *Bente hofft, dass die Katze schläft* ist unabhängig davon, ob die Katze schläft oder nicht. Die Extension (= Wahrheitswert) des Nebensatzes kann also nicht das Argument von *hoffen* sein.
- Die gleiche Argumentation gilt für *Chris möchte, dass Deniz nicht schnarcht*.

Aufgabe 2

Alex ackert:

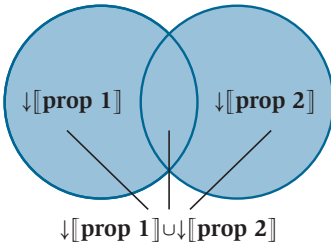


Alex glaubt, dass Alaska eine Stadt ist:

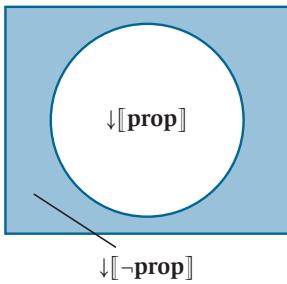


Aufgabe 3

oder:

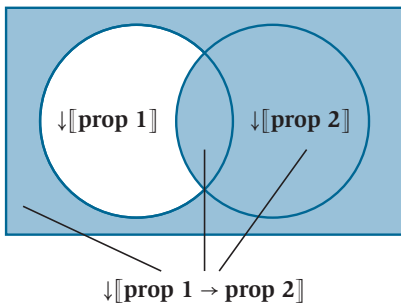


nicht:

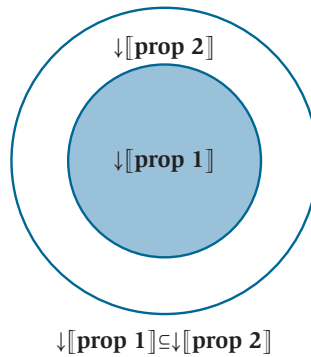


Implikation:

Möglichkeit 1:



Möglichkeit 2:





<http://www.springer.com/978-3-476-04869-1>

Semantik

Eine Einführung

Gutzmann, D.

2019, VII, 193 S. 1 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-476-04869-1