

Vorwort

Warum gilt das Multiplikationstheorem für Determinanten? Wieso führt der VdK-Ansatz bei einer linearen DGL höherer Ordnung auf ein lineares Gleichungssystem? Und weshalb kann man mithilfe der Adjunkten eine Matrix invertieren? Wer nach Antworten auf derartige Fragen im Internet sucht, stößt auf tausende von Artikeln und Videos, die einem anhand von Beispielen erklären, wie man mit der Regel von Sarrus oder dem Laplaceschen Entwicklungssatz Determinanten berechnen kann. Die Leibniz-Formel, mit der sich das Multiplikationstheorem und andere Determinanten-Rechenregeln herleiten lassen, wird höchstens am Rande erwähnt. Wer an Beweisen interessiert ist, muss sein Glück auf einer der weiter hinten aufgeführten Seiten der Trefferliste versuchen — oder ein Fachbuch wie dieses zu Rate ziehen.

In Anbetracht der Vielzahl an Mathematik-Lehrbüchern freut es mich sehr, dass Sie sich für die „Mathematik 2 Beweisaufgaben“ entschieden haben. Falls Sie das Vorwort im Rahmen einer Vorschau lesen, möchte ich die Gelegenheit nutzen, die Besonderheiten dieses Buches anzupreisen. Es fängt mit dem Titel an, demzufolge sich die Beweisaufgaben an Ingenieure und Naturwissenschaftler richten — diese Aussage wird Sie vermutlich verwundern und bedarf einer Erklärung: Mathematiker und solche, die es werden wollen, greifen selten zu Büchern, die das Wort „Mathematik“ im Titel tragen, und bevorzugen Fachbücher zur „Analysis I“, „Linearen Algebra II“, zur „Funktionentheorie“, usw. Für Nicht-Mathematiker stellt der Inhalt meist schwer verdauliche Kost dar. Falls auch Ihnen das Lebesgue-Integral suspekt ist und Sie nicht wissen, worin der Unterschied zwischen einem Homomorphismus und einem Endomorphismus besteht, haben Sie mit den „Beweisaufgaben“ die richtige Wahl getroffen. Fachbegriffe werden nur soweit eingeführt, wie es zum Verständnis der Aufgaben erforderlich ist.

Die im ersten Band eingeführten didaktischen Konzepte werden beibehalten:

1. Dreiteilung der Beweise (Teil I) in Aufgabe, Lösungshinweis und Lösung,
2. Kennzeichnung der schwierigeren Aufgaben durch Sternchen „★“ und Sterne „★★“,
3. Zerlegung in Teilaufgaben bei umfangreicheren Herleitungen,
4. Unterscheidung zwischen Lern- und Klausur-Formelsammlung (Teile II und III).

Die Auswahl und Reihenfolge der sechs behandelten Themen orientiert sich an dem Lehrbuch „Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Band 2“ von Lothar Papula. Dies bedeutet nicht, dass sich nur Studierende des zweiten Semesters angesprochen fühlen sollen. Schließlich ist der Beweis mathematischer Zusammenhänge um einiges anspruchsvoller als deren Anwendung, und selbst gestandene Akademiker werden sich an so mancher Herleitung die Zähne ausbeißen. Im Rahmen meiner eigenen Mathematik 2-Vorlesung kommen nur einige ausgewählte Beweisaufgaben zum Einsatz, z.B. die Herleitung der Fourier-Kosinus- und der Fourier-Sinus-Transformation (Aufgaben 185 und 186) oder die des Ähnlichkeitssatzes (Aufgabe 192). Der Beweis des Integrationssatzes (Aufgaben 199 und 200 sowie 211 bis 214) bleibt interessierten Studierenden vorbehalten.

Auch an anderen Stellen übersteigen die Beweisaufgaben Umfang und Niveau einer Vorlesung für Zweitsemester. Hierzu zählt z. B. die Herleitung des klassischen Runge-Kutta-Verfahrens, die sich über einen kompletten Abschnitt erstreckt. Standard-Lehrbücher beschränken sich in der Regel auf Runge-Kutta-Verfahren erster und zweiter Ordnung. Bei einer periodischen Funktion stellt sich die Frage, ob Stetigkeit hinreichend ist, damit ihre Fourierreihe konvergiert. Die meisten Autoren verweisen in diesem Zusammenhang auf die Ausführungen von du Bois-Reymond, der als Erster die Existenz eines Gegenbeispiels zeigen konnte. Falls Sie neugierig sind, wie man dieses konstruiert, können Sie seine Veröffentlichungen aus den Jahren 1873 bis 1876 lesen — oder Sie lösen die Aufgaben 110 bis 112. Aufgabe 109 beschäftigt sich mit der Frage, warum die als Gibbs-Phänomen bekannten Überschwinger gegen einen Wert von ungefähr 8,95 Prozent konvergieren. Beim Thema Laplace-Transformation können Sie sich davon überzeugen, dass die Herleitung des Ableitungssatzes auf den linksseitigen Grenzwert führt — in vielen Internet-Quellen und auch in manchen Lehrbüchern wird (ohne Beweis) fälschlicherweise der rechtsseitige Grenzwert angegeben oder die Problematik der Sprungstelle geflissentlich ignoriert.

Hätte Joseph Fourier (1768–1830) vor Leonard Euler (1707–1783) gelebt, dann wäre die als Basler-Problem bekannte Reihe der reziproken Quadratzahlen (vgl. Band 1) vermutlich nicht in die Geschichtsbücher eingegangen. In Aufgabe 94 wird gezeigt, dass der Summenwert von $\frac{\pi^2}{6}$ aus der Fourierreihe der Parabel herleitbar ist. Also, worauf warten Sie noch? Schnappen Sie sich einen Zettel und einen Stift, und dann viel Spaß und Erfolg beim Beweisen!

Gengenbach, im Juli 2019

Prof. Dr.-Ing. habil. Lutz Nasdala

Mathematik 2 Beweisaufgaben

Beweise, Lern- und Klausur-Formelsammlung

Nasdala, L.

2019, IX, 333 S. 128 Abb., 127 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-658-27432-0