

# Projekte und Projektmanagement

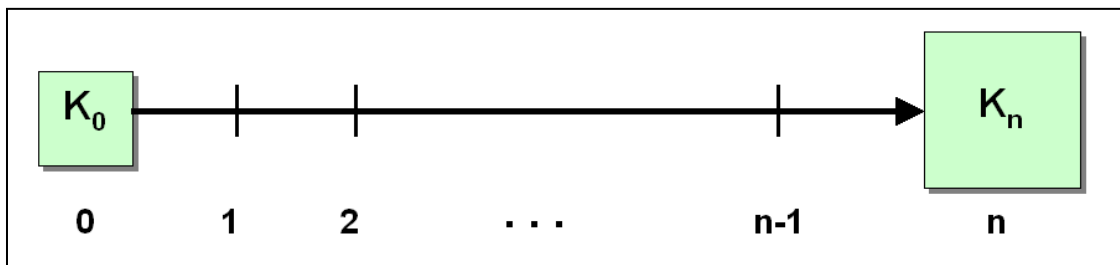
## Thema: Finanzmathematische Grundlagen der Investitionsrechnung

### 1. Ermittlung des Endwertes, einmalige Zahlung

**Aufgabe:** Gegeben ist ein Kapital  $K_0$  [EUR], die Laufzeit  $n$  [a] sowie die jährliche Verzinsung  $i$  [% p. a.] (Zinseszinsrechnung).

**Gesucht:** Kapital  $K_n$  [EUR] als Endwert am Ende der Laufzeit  $n$ .

**Prinzipschema:**



**Berechnungsformeln für**

a) Aufzinsungsfaktor AuF

$$\text{AuF} = (1 + i)^n = q^n$$

b) Endwert EW

$$K_n = K_0 * (1 + i)^n = q^n$$

Es bedeuten:

$K_0$  Anfangswert (Barwert) eines Kapitals  $K$  [EUR], Zeitpunkt  $t = 0$

$K_n$  Endwert eines Kapitals  $K$  [EUR], Zeitpunkt  $t = n$

$i$  Zinssatz [% p. a.]m bzw. [-/a]

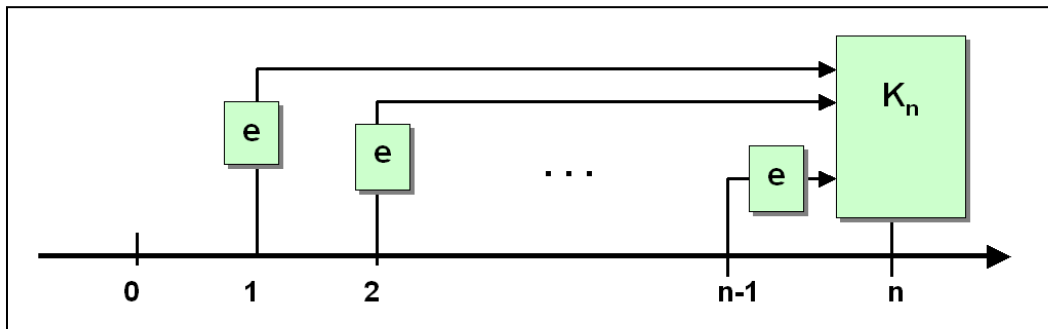
$n$  Laufzeit [a]

$q$  Hilfsgröße mit  $q = 1 + i$

### 2. Ermittlung des Endwertes, mehrmalige Zahlungen

**Aufgabe:** Gegeben ist eine jährlich konstante Einzahlung  $e$  [EUR/a], die Laufzeit  $n$  [a] sowie die jährliche Verzinsung  $i$  [% p. a.] (Zinseszinsrechnung).

**Gesucht:** Kapital  $K_n$  [EUR] als Endwert am Ende der Laufzeit  $n$ .

**Prinzipschema:**

**e** wiederholte jährliche Zahlung [EUR/a]

**Berechnungsformeln für****a) Endwertfaktor EWF**

$$\text{EWF} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

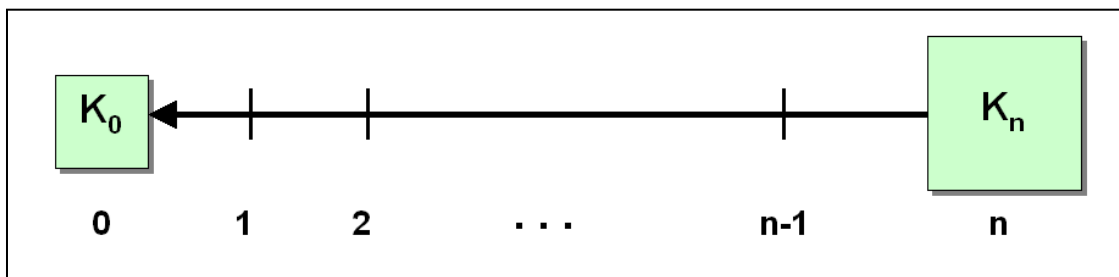
**b) Endwert EW**

$$K_n = e * \frac{(1+i)^n - 1}{i} = e * \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

**3. Ermittlung des Barwertes, einmalige Zahlung**

**Aufgabe:** Gegeben ist ein Kapital **K** [EUR] als Endwert **K<sub>n</sub>**, die Laufzeit **n** [a] sowie die jährliche Verzinsung **i** [% p. a.] (Zinseszinsrechnung).

**Gesucht:** Kapital **K<sub>0</sub>** [EUR] als **Barwert** zu Beginn der Laufzeit.

**Prinzipschema:****Berechnungsformeln für:****a) Abzinsungsfaktor AbF**

$$\text{AbF} = \frac{1}{(1+i)^n} = \frac{1}{q^n}$$

**b) Barwert BW**

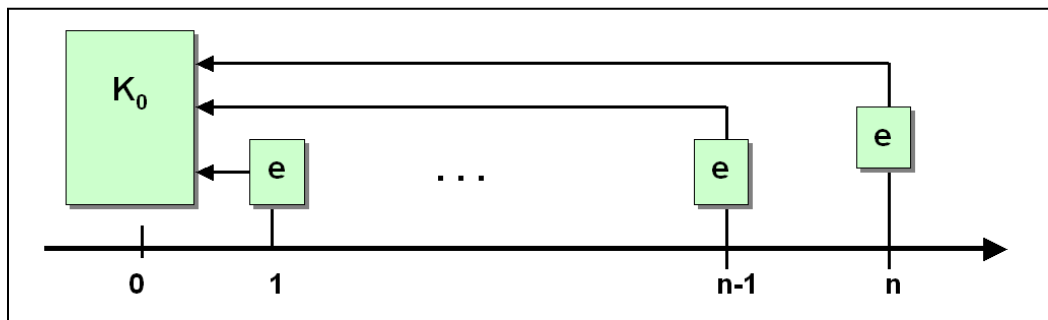
$$K_0 = \frac{K_n}{(1+i)^n} = \frac{K_n}{q^n}$$

#### 4. Ermittlung des Barwertes, mehrmalige Zahlungen

**Aufgabe:** Gegeben ist eine jährlich konstante Einzahlung  $e$  [EUR/a], die Laufzeit  $n$  [a] sowie die jährliche Verzinsung  $i$  [% p. a.] (Zinseszinsrechnung).

**Gesucht:** Kapital  $K_0$  [EUR] als **Barwert** zu Beginn der Laufzeit.

**Prinzipschema:**



**Berechnungsformeln für:**

a) Barwertfaktor BWF

$$\text{BWF} = \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} = \frac{q^n - 1}{q^n \cdot (q - 1)}$$

b) Barwert BW

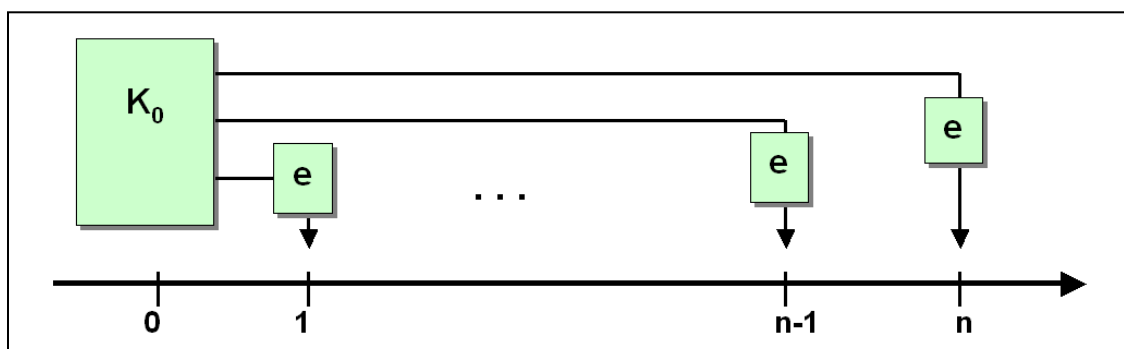
$$K_0 = e \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} = e \cdot \frac{q^n - 1}{q^n \cdot (q - 1)}$$

#### 5. Ermittlung des Jahreswertes, Kapitalwiedergewinnungsfaktor

**Aufgabe:** Gegeben ist ein Kapital  $K_0$  [EUR] zu Beginn einer Laufzeit, die Laufzeit  $n$  [a] sowie die jährliche Verzinsung  $i$  [% p. a.] (Zinseszinsrechnung).

**Gesucht:** Gesucht wird die Größe einer jährlichen Einzahlung  $e$  [EUR/a], die sichert, dass das Kapital  $K_0$  am Ende der Laufzeit „wiedergewonnen“ wird.

**Prinzipschema:**



**Berechnungsformeln für****a) Kapitalwiedergewinnungsfaktor KWF****b) Jahreswert JW bzw. e**

$$\text{KWF} = \frac{i * (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} = \frac{q^n * (q - 1)}{(q^n - 1)}$$

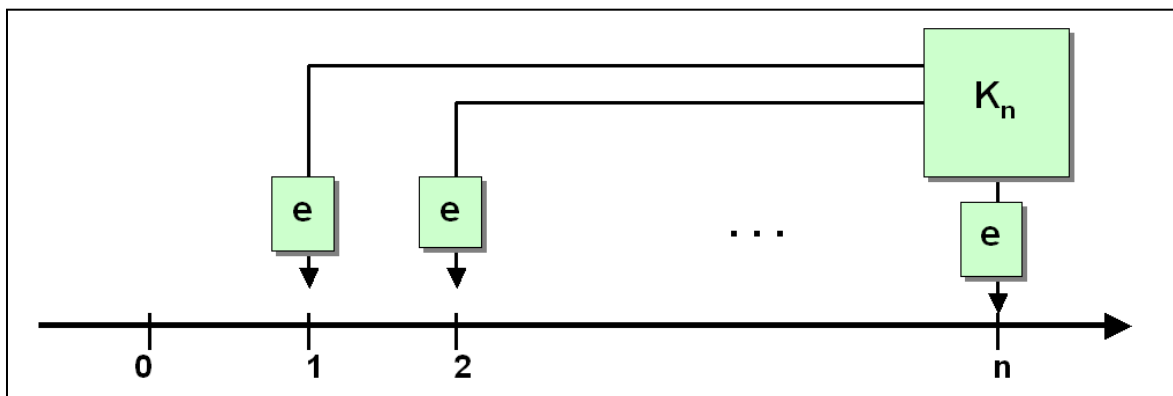
$$e = K_0 * \frac{i * (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} = K_0 * \frac{q^n * (q - 1)}{q^n - 1}$$

**6. Ermittlung des Jahreswertes, Restwertverteilungsfaktor**

**Aufgabe:** Gegeben ist ein Kapital  $K_n$  [EUR] am Ende einer Laufzeit, die Laufzeit  $n$  [a] sowie die jährliche Verzinsung  $i$  [% p. a.] (Zinseszinsrechnung).

**Gesucht:** Gesucht wird die Größe einer jährlichen Einzahlung  $e$  [EUR/a], die sichert, dass das Kapital  $K_n$  in einzelnen Zahlungen über die Laufzeit „verteilt“ wird.

**Prinzipschema:**

**Berechnungsformeln für****a) Restwertverteilungsfaktor RVF****b) Jahreswert JW bzw. e**

$$\text{RVF} = \frac{i}{(1 + i)^n - 1} = \frac{q - 1}{q^n - 1}$$

$$e = K_n * \frac{i}{(1 + i)^n - 1} = K_n * \frac{q - 1}{q^n - 1}$$

## 7. Tabelle für den Aufzinsungsfaktor $A_{uF}$

$i \backslash n$	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
1	0,970874	0,961538	0,952381	0,943396	0,934579	0,925926	0,917431	0,909091
2	0,942596	0,924556	0,907029	0,889996	0,873439	0,857339	0,841680	0,826446
3	0,915142	0,888996	0,863838	0,839619	0,816298	0,793832	0,772183	0,751315
4	0,888487	0,854804	0,822702	0,792094	0,762895	0,735030	0,708425	0,683013
5	0,862609	0,821927	0,783526	0,747258	0,712986	0,680583	0,649931	0,620921
6	0,837484	0,790315	0,746215	0,704961	0,666342	0,630170	0,596267	0,564474
7	0,813092	0,759918	0,710681	0,665057	0,622750	0,583490	0,547034	0,513158
8	0,789409	0,730690	0,676839	0,627412	0,582009	0,540269	0,501866	0,466507
9	0,766417	0,702587	0,644609	0,591898	0,543934	0,500249	0,460428	0,424098
10	0,744094	0,675564	0,613913	0,558395	0,508349	0,463193	0,422411	0,385543

## 8. Tabelle für den Abzinsungsfaktor $A_{bF}$

$i \backslash n$	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
1	1,030000	1,040000	1,050000	1,060000	1,070000	1,080000	1,090000	1,100000
2	1,060900	1,081600	1,102500	1,123600	1,144900	1,166400	1,188100	1,210000
3	1,092727	1,124864	1,157625	1,191016	1,225043	1,259712	1,295029	1,331000
4	1,125509	1,169859	1,215506	1,262477	1,310796	1,360489	1,411582	1,464100
5	1,159274	1,216653	1,276282	1,338226	1,402552	1,469328	1,538624	1,610510
6	1,194052	1,265319	1,340096	1,418519	1,500730	1,586874	1,677100	1,771561
7	1,229874	1,315932	1,407100	1,503630	1,605781	1,713824	1,828039	1,948717
8	1,266770	1,368569	1,477455	1,593848	1,718186	1,850930	1,992563	2,143589
9	1,304773	1,423312	1,551328	1,689479	1,838459	1,999005	2,171893	2,357948
10	1,343916	1,480244	1,628895	0,558395	1,967151	2,158925	2,367364	2,593742

## 9. Wertetabellen für finanzmathematische Kenngrößen

$i = 5,0 \% \text{ p. a.}$

$q = 1.05$

n	AuF	AbF	RVF	KWF	EWf	BWF
1	1,050000	0,952381	1,000000	1,050000	1,000000	0,952381
2	1,102500	0,907029	0,487805	0,537805	2,050000	1,859410
3	1,157625	0,863838	0,317209	0,367209	3,152500	2,723248
4	1,215506	0,822702	0,232012	0,282012	4,310125	3,545951
5	1,276282	0,783526	0,180975	0,230975	5,525631	4,329477
6	1,340096	0,746215	0,147017	0,197017	6,801913	5,075692
7	1,407100	0,710681	0,122820	0,172820	8,142008	5,786373
8	1,477455	0,676839	0,104722	0,154722	9,549109	6,463213
9	1,551328	0,644609	0,090690	0,140690	11,026564	7,107822
10	1,628895	0,613913	0,079505	0,129505	12,577893	7,721735

$i = 6,0 \% \text{ p. a.}$

$q = 1.06$

n	AuF	AbF	RVF	KWF	EWf	BWF
1	1,060000	0,943396	1,000000	1,060000	1,000000	0,943396
2	1,123600	0,889996	0,485437	0,545437	2,060000	1,833393
3	1,191016	0,839619	0,314110	0,374110	3,183600	2,673012
4	1,262477	0,792094	0,228591	0,288591	4,374616	3,465106
5	1,338226	0,747258	0,177396	0,237396	5,637093	4,212364
6	1,418519	0,704961	0,143363	0,203363	6,975319	4,917324
7	1,503630	0,665057	0,119135	0,179135	8,393838	5,582381
8	1,593848	0,627412	0,101036	0,161036	9,897468	6,209794
9	1,689479	0,591898	0,087022	0,147022	11,491316	6,801692
10	1,790848	0,558395	0,075868	0,135868	13,180795	7,360087

**i = 7,0 % p. a.****q = 1.07**

<b>n</b>	<b>AuF</b>	<b>AbF</b>	<b>RVF</b>	<b>KWF</b>	<b>EWf</b>	<b>BWF</b>
1	1,070000	0,934579	1,000000	1,070000	1,000000	0,934579
2	1,144900	0,873439	0,483092	0,553092	2,070000	1,808018
3	1,225043	0,816298	0,311052	0,381052	3,214900	2,624316
4	1,310796	0,762895	0,225228	0,295228	4,439943	3,387211
5	1,402552	0,712986	0,173891	0,243891	5,750739	4,100197
6	1,500730	0,666342	0,139796	0,209796	7,153291	4,766540
7	1,605781	0,622750	0,115553	0,185553	8,654021	5,389289
8	1,718186	0,582009	0,097468	0,167468	10,259803	5,971299
9	1,838459	0,543934	0,083486	0,153486	11,977989	6,515232
10	1,967151	0,508349	0,072378	0,142378	13,816448	7,023582

**i = 8,0 % p. a.****q = 1.08**

<b>n</b>	<b>AuF</b>	<b>AbF</b>	<b>RVF</b>	<b>KWF</b>	<b>EWf</b>	<b>BWF</b>
1	1,080000	0,925926	1,000000	1,080000	1,000000	0,925926
2	1,166400	0,857339	0,480769	0,560769	2,080000	1,783265
3	1,259712	0,793832	0,308034	0,388034	3,246400	2,577097
4	1,360489	0,735030	0,221921	0,301921	4,506112	3,312127
5	1,469328	0,680583	0,170456	0,250456	5,866601	3,992710
6	1,586874	0,630170	0,136315	0,216315	7,335929	4,622880
7	1,713824	0,583490	0,112072	0,192072	8,922803	5,206370
8	1,850930	0,540269	0,094015	0,174015	10,636628	5,746639
9	1,999005	0,500249	0,080080	0,160080	12,487558	6,246888
10	2,158925	0,463193	0,069029	0,149029	14,486562	6,710081