

kg_aufgaben_01.docx

1. Erstellen Sie, wie in Abschnitt 1.6 angegeben, eine Funktionensammlung mit den Funktionen `bogen()` und `grad()` und laden Sie diese in eine neu gestartete Maxima-Sitzung.
 - a) Wie können Sie anschließend überprüfen, ob die beiden genannten Funktionen geladen wurden?
 - b) Wie können Sie deren Definitionen sichtbar machen?
2. Berechnen Sie den Sinus, den Kosinus und den Tangens von 62° .
3. Berechnen Sie den Arkussinus, den Arkuskosinus und den Arkustangens von 0,882948 in Grad.
4. Gegeben ist die Funktion $e^{\frac{1}{4}x} - \frac{1}{2}x^2$.
 - a) Lassen Sie sich den Funktionsgraph im Bereich $-5 \leq x \leq 5$ formatfüllend darstellen.
 - b) Wie lautet die zweite Ableitung dieser Funktion?
 - c) Wie lautet ihr unbestimmtes Integral?
 - d) Wie groß ist die Fläche unter der Kurve im Bereich von -1 bis $+2$?
5. Gegeben sind die Gerade $g(x) = \frac{1}{3}x - 1$, die Parabel $p(x) = x^2 + 3x + \frac{5}{2}$ und der Kreis k mit $x^2 + 2x + y^2 - 4y - 4 = 0$.
 - a) Definieren Sie die drei Objekte in Maxima.
 - b) Lassen Sie diese dann mit der Funktion `draw2d()` mit den folgenden Vorgaben darstellen:
 Die Darstellung soll unverzerrt im Bereich $-5 \leq x \leq 5$ und $-3 \leq y \leq 5$ erfolgen.
 Sowohl die x-Achse als auch die y-Achse sollen mit durchgezogenen Linien dargestellt werden.
 Die Gerade und die Parabel sollen mit der Strichstärke 3, der Kreis mit der Strichstärke 5 gezeichnet werden.
 Die Gerade soll rot, die Parabel blau und der Kreis grün erscheinen.

Die Lösung der obigen Aufgaben ist in der Maxima-Datei `kg_aufgaben_01.wxm` zusammengefasst.

6. Vereinfachen Sie die folgenden Terme in Maxima so weit als möglich.

a) $\frac{ax - ay}{bx + by} : \frac{b^2y - b^2x}{a^2x + a^2y}$

$$\frac{a(x-y)}{b(x+y)} \cdot \frac{a^2(\cancel{x+y})}{b^2(y-x)} = \frac{a^3(x-y)}{b^3(y-x)} = \frac{a^3(\cancel{x-y})}{-b^3(\cancel{x-y})} = -\frac{a^3}{b^3}$$

b) $\frac{a - \frac{a}{2ab+1}}{1 - \frac{1}{1-2ab}}$

Zähler und Nenner jeweils auf den HN bringen:

$$\frac{a \cdot (2ab+1) - a}{\frac{2ab+1}{1 \cdot (1-2ab) - 1}}$$

$$\frac{1-2ab}{1-2ab}$$

Ausmultiplizieren:

$$\frac{(2a^2b+a)-a}{\frac{2ab+1}{(1-2ab)-1}} = \frac{2a^2b}{\frac{-2ab}{1-2ab}}$$

Vorzeichen anpassen:

$$\frac{2a^2b}{2ab-1}$$

Doppelbruch dividieren und kürzen:

$$\frac{\cancel{2}a^{\cancel{2}}\cancel{b}}{2ab+1} \cdot \frac{2ab-1}{\cancel{2}\cancel{a}\cancel{b}} = \frac{a \cdot (2ab-1)}{2ab+1}$$

$$c) \frac{2-x^{k-1}}{x^{k-2}} - \frac{x^2-1}{x^{k+5}-x^{k+4}} - \frac{4-3x^k-x^{-4}}{x^{k-1}} - \frac{2x^6-4x^5-1}{x^{k+4}}$$

Summen in den Exponenten auseinander ziehen:

$$\frac{2-x^k \cdot x^{-1}}{x^k \cdot x^{-2}} - \frac{x^2-1}{x^k \cdot x^5 - x^k \cdot x^4} - \frac{4-3x^k-x^{-4}}{x^k \cdot x^{-1}} - \frac{2x^6-4x^5-1}{x^k \cdot x^4}$$

Potenzen aus den Nennern in die jeweiligen Zähler schreiben:

$$\frac{(2-x^k \cdot x^{-1}) \cdot x^2}{x^k} - \frac{x^2-1}{x^k} - \frac{(4-3x^k-x^{-4}) \cdot x}{x^k} - \frac{(2x^6-4x^5-1) \cdot x^{-4}}{x^k}$$

Ausmultiplizieren:

$$\frac{\cancel{2}x^{\cancel{2}} - x^{k+1}}{x^k} - \frac{x^2-1}{x^k} - \frac{\cancel{4}x - 3x^{k+1} - x^{-3}}{x^k} - \frac{\cancel{2}x^{\cancel{2}} - \cancel{4}x - x^{-4}}{x^k}$$

$$\frac{\boxed{-x^{k+1}}}{x^k} - \frac{x^2-1}{x^k} - \frac{\boxed{3x^{k+1}}}{x^k} - \frac{-x^{-3}}{x^k} = \frac{2x^{k+1} + x^{-3} + x^{-4} - \frac{x^2-1}{x^5-x^4}}{x^k}$$

$$2x^{k+1} + \frac{x^{-3} \cdot (x^5-x^4) + x^{-4} \cdot (x^5-x^4) - (x^2-1)}{x^5-x^4}$$

$$\frac{2x^{k+1} + \frac{\cancel{x^2} - \cancel{x} + \cancel{x} - \cancel{x^0} - (\cancel{x^2} - \cancel{1})}{x^5-x^4}}{x^k} = \frac{2 \cdot x^{k+1}}{x^k} = \frac{2 \cdot x^k \cdot x}{x^k} = 2x$$

d) Versuchen Sie auch, die Lösungen jeweils von Hand zu ermitteln.