

kg_aufgaben_06.docx

1. Geben Sie vier verschiedene Definitionen eines Parallelogramms an! Bringen Sie diese vier Definitionen in eine Rangfolge bezüglich deren Eignung, um mit den Mitteln der Koordinatengeometrie zu überprüfen, ob vier gegebene Punkte ein Parallelogramm bilden. Begründen Sie jede Eingruppierung einer Definition in diese Rangordnung ausführlich!

Ein Parallelogramm ist ein Viereck, dessen ...

... Diagonalen sich halbieren (... das punktsymmetrisch ist).

... gegenüberliegende Seiten jeweils gleich lang sind.

... gegenüberliegende Seiten parallel zueinander liegen.

... gegenüberliegende Winkel gleich groß sind.

Begründung:

Die Koordinaten der **Diagonalenmittelpunkte** lassen sich leicht berechnen, diese sind in aller Regel rational (insbesondere wenn wie in der obigen Aufgabenstellung die Koordinaten der Eckpunkte gegeben sind) und damit exakt angebar. Folglich können auch die beiden errechneten Diagonalenmittelpunkte ohne weiteres auf Gleichheit überprüft werden. Der rechnerische Aufwand ist gering: Zwei Streckenmittelpunkte ausrechnen und auf Gleichheit überprüfen.

Streckenlängen lassen sich ebenfalls leicht ausrechnen, dabei können allerdings irrationale Werte auftreten. Rechnerisch ist der Aufwand größer, da die Längen von insgesamt vier Strecken bestimmt und jeweils zwei Paare verglichen werden müssen.

Die **Parallelität** zweier Strecken kann prinzipiell einfach über den Vergleich der Steigungen ihrer Trägergeraden vorgenommen werden. Allerdings mit der Einschränkung, dass die Steigung parallel zur y-Achse verlaufender Strecken über Sonderfallabfragen ermittelt werden muss. Damit eignet sich diese Definition nur bedingt für das Erkennen von Parallelogrammen.

Innenwinkel können prinzipiell über die Steigungen der Strecken bzw. deren Trägergeraden bestimmt werden. Damit trifft hier dieselbe Einschränkung zu wie im vorhergehend diskutierten Fall. Zudem ist hier der Rechenaufwand höher, da aus den Steigungen über die Arkusfunktion auf die zugehörigen Winkel zurückgerechnet werden muss. Aus der Differenz zweier Steigungswinkel kann dann erst der Innenwinkel bestimmt werden. Dies muss für vier Innenwinkel durchgeführt werden.

2. Wie können Sie feststellen, ob vier gegebene Punkte ein Quadrat, Rechteck, Parallelogramm oder eine Raute bilden? Entscheiden Sie, welche Art von (speziellem) Viereck die jeweils angegebenen vier Punkte bilden.

	P_1	P_2	P_3	P_4	
a)	$[-2, -3]$	$[6, 1]$	$[4, 5]$	$[-4, 1]$	Rechteck
b)	$[-1, -1]$	$[5, 3]$	$[1, 9]$	$[-5, 5]$	Quadrat
c)	$[-3, -2]$	$[4, 1]$	$[6, 5]$	$[-1, 2]$	Parallelogramm
d)	$[-1, -2]$	$[5, 2]$	$[-1, 6]$	$[-7, 2]$	Raute

3. Wie können Sie ein Dreieck auf rechte Winkel überprüfen? Bewerten Sie die gefundenen Methoden! Welches der Dreiecke ist rechtwinklig, welches gleichseitig und welches ist gleichschenkelig?

Man kann auf rechte Winkel überprüfen, indem man die Steigungen der zwei Schenkelgeraden multipliziert und auf das Ergebnis -1 untersucht. Diese Möglichkeit scheidet jedoch aus, wenn eine dieser Geraden parallel zur y-Achse verläuft. Diesen Fall muss man gesondert abfangen.

Eine andere Möglichkeit besteht darin, zu überprüfen, ob der Satz des Pythagoras im gegebenen Dreieck gilt.

	P_1	P_2	P_3
a)	$[-1, 0]$	$[4, 1]$	$[2, 11]$
b)	$[-4, 5]$	$[1, -2]$	$[2, 4]$
c)	$[2, -2]$	$[7, 1]$	$[2, 4]$

rw Dreieck, bei P_2

glsch. rw. Dreieck, $P_2P_3=P_3P_1$ und dort auch r.W.

glsch. Dreieck, $P_1P_2=P_2P_3$

4. Man kann problemlos Quadrate, Rechtecke, Rauten, Parallelogramme usw. mit ganzzahligen Koordinaten ihrer Eckpunkte in ein Koordinatensystem zeichnen. Kann es auch ein gleichseitiges Dreieck mit ausschließlich ganzzahligen Koordinaten der Eckpunkte geben?

Nein: Selbst wenn die Länge der Grundseite durch ganzzahlige Koordinaten auch ganzzahlig ist,

so beträgt die Höhe im gleichseitigen Dreieck $\frac{a}{2}\sqrt{3}$. Damit kann die y -Koordinate des dritten

Punkts nicht mehr ganzzahlig sein!