

## Kapitel 3

### Folgen von reellen Zahlen

#### 3.1 Konvergenz von Folgen

**Definition.** (*Konvergenz*)

3/1/0

Sei  $(a_n)$  eine Folge und  $a \in \mathbb{R}$ .

$(a_n)$  ist *konvergent gegen*  $a$

$\overline{\text{Df}}$  Für jedes  $\varepsilon > 0$  existiert ein  $n_0$ , so daß für jedes  $n \geq n_0$  gilt:  $|a_n - a| < \varepsilon$ .

In diesem Falle heißt  $a$  *Grenzwert* oder *Limes* von  $(a_n)$ .

**Bez.:**  $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  oder  $a = \lim a_n$  oder auch einfach  
 $a_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} a$  oder  $a_n \rightarrow a$ .

**Definition.** (*Beschränktheit bei Folgen*)

3/1/11

Sei  $(a_n)$  eine Folge von reellen Zahlen.

(1)  $(a_n)$  ist *nach oben* (bzw. *nach unten*) *beschränkt*

$\overline{\text{Df}}$  Es existiert ein  $c \in \mathbb{R}$ , so daß  $a_n \leq c$  (bzw.  $c \leq a_n$ ) für jedes  $n$ .

(2)  $(a_n)$  ist *beschränkt*

$\overline{\text{Df}}$   $(a_n)$  ist nach oben und nach unten beschränkt.

**Definition.** (*Teilfolge*)

3/1/20

Es sei  $(a_n)$  eine Folge und  $n_0 < n_1 < n_2 < \dots$  (d.h.,  $n_i < n_j$  für  $i < j$ ;  $i, j \in \mathbb{N}$ ).

Dann heißt  $(a_{n_i})_{i=0,1,2,\dots}$  *Teilfolge* von  $(a_n)$ .

**Satz 3.6** Ist  $a$  ein Häufungspunkt der Folge  $(a_n)$ , dann existiert eine Teilfolge von  $(a_n)$ , die gegen  $a$  konvergiert. 3/1/23

**Korollar.** Jede beschränkte Folge enthält eine konvergente Teilfolge.

3/1/25