

## Kapitel 3

### Folgen von reellen Zahlen

#### 3.1 Konvergenz von Folgen

##### Definition.

3/1/2

- (1)  $(a_n)$  konvergiert (oder ist konvergent) in  $\mathbb{R}$   
 $\overline{\text{Df}}$  Es existiert ein  $a \in \mathbb{R}$ , so daß  $(a_n)$  gegen  $a$  konvergiert.
- (2)  $(a_n)$  divergiert (oder ist divergent) in  $\mathbb{R}$   
 $\overline{\text{Df}}$   $(a_n)$  ist nicht konvergent in  $\mathbb{R}$ .

##### Satz 3.10 (Eigenschaften konvergenter Folgen)

3/1/43

Es seien  $(a_n), (b_n)$  konvergente Folgen und  $c, d$  seien reelle Zahlen. Dann gilt:

- (1)  $(c \cdot a_n)$  ist konvergent und  $\lim(c \cdot a_n) = c \cdot \lim a_n$ .
- (2)  $(a_n + b_n)$  ist konvergent und  $\lim(a_n + b_n) = \lim a_n + \lim b_n$ .
- (3)  $(a_n \cdot b_n)$  ist konvergent und  $\lim(a_n \cdot b_n) = \lim a_n \cdot \lim b_n$ .
- (4) Sind alle  $b_n \neq 0$  und ist  $\lim b_n \neq 0$ , dann ist  $\left(\frac{1}{b_n}\right)$  konvergent und  

$$\lim \frac{1}{b_n} = \frac{1}{\lim b_n}.$$
- (4') Sind alle  $b_n \neq 0$  und ist  $\lim b_n \neq 0$ , dann ist  $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$  konvergent  
 und 
$$\lim \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim a_n}{\lim b_n}.$$
- (5)  $(|a_n|)$  ist konvergent und  $\lim |a_n| = |\lim a_n|$ .
- (6) Ist  $a_n \leq b_n$  für jedes  $n$ , dann ist  $\lim a_n \leq \lim b_n$ .  
 Ist insbesondere  $a_n \leq d$  bzw.  $d \leq b_n$  für jedes  $n$ , dann ist  $\lim a_n \leq d$   
 bzw.  $d \leq \lim b_n$ .

#### Übungsaufgaben

2. Beweisen Sie (ohne Benutzung des Satzes 3.10) die Konvergenz der Folge  $(a_n)$   
 mit  $a_n = \frac{5n+3}{3n+4}$ .

3/3/2