

## Kapitel 6

### Der $n$ -dimensionale euklidische Raum $\mathbb{R}^n$ ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

#### 6.1 Der Raum $\mathbb{R}^n$

**Definition.** (*euklidischer Abstand*)

6/1/1

Seien  $\bar{a}, \bar{b} \in \mathbb{R}^n$ .

$|\bar{a} - \bar{b}| \stackrel{\text{Def}}{=} \sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i - b_i)^2}$  heißt *euklidischer Abstand* zwischen  $\bar{a}$  und  $\bar{b}$ .

**Satz 6.2** Für alle  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c} \in \mathbb{R}^n$  und  $r \in \mathbb{R}$  gilt:

6/1/7

- (1)  $|\bar{a}| \geq 0$ , und  $|\bar{a}| = 0 \iff \bar{a} = \bar{0}$ .
  - (2)  $|r \cdot \bar{a}| = |r| \cdot |\bar{a}|$ .  
 $(\implies |\bar{a}| = |\bar{b}| \text{ und } |\bar{a} - \bar{b}| = |\bar{b} - \bar{a}|)$ . (Symmetrie des Abstands)
  - (3)  $|\bar{a} + \bar{b}| \leq |\bar{a}| + |\bar{b}|$ . (Dreiecksungleichung)
  - (4)  $|\bar{a} - \bar{b}| \leq |\bar{a} - \bar{c}| + |\bar{c} - \bar{b}|$ ,
  - (5)  $||\bar{a}| - |\bar{b}|| \leq |\bar{a} - \bar{b}|$ .
- } (Formen der Dreiecksungleichung)