

## Kapitel 2 Reelle Zahlen

### 2.3 Mengen von reellen Zahlen

**Definition.** (*Umgebung*)

2/3/10

Es sei  $a \in \mathbb{R}$ ,  $U \subseteq \mathbb{R}$  und  $\varepsilon > 0$ .

(1)  $U$  heißt  $\varepsilon$ -*Umgebung* von  $a$

$$\stackrel{\text{Df}}{=} U = \{x \in \mathbb{R} : |x - a| < \varepsilon\},$$

(d.h.,  $U = \{x \in \mathbb{R} : a - \varepsilon < x < a + \varepsilon\} = (a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ ).

$$\text{Bez.: } U = U_\varepsilon(a).$$

(2)  $U$  ist eine *Umgebung* von  $a$

$$\stackrel{\text{Df}}{=} \text{Es gibt ein } \varepsilon > 0, \text{ so da\ss } U_\varepsilon(a) \subseteq U.$$

$$\text{Bez.: } U(a).$$

## Kapitel 3 Folgen von reellen Zahlen

**Definition.** (*Folge*)

3/0/1

$F$  ist eine *Folge* (von reellen Zahlen)

$$\stackrel{\text{Df}}{=} F \text{ ist eine Abbildung von } \mathbb{N} \text{ in } \mathbb{R},$$

d.h., jeder nat\u00fcrlichen Zahl  $n$  wird eine reelle Zahl  $a_n$  zugeordnet, so da\ss  $F(n) = a_n$ .

$$\text{Bez.: } F = (a_n)_{n=0,1,2,\dots} \text{ oder einfach } F = (a_n).$$

### 3.1 Konvergenz von Folgen

**Definition.** (*H\u00e4ufungspunkt einer Folge*)

3/1/16

Es sei  $(a_n)$  eine Folge und  $a \in \mathbb{R}$ .

$a$  ist ein *H\u00e4ufungspunkt* (oder *Verdichtungspunkt*) von  $(a_n)$

$$\stackrel{\text{Df}}{=} \text{In jeder } \varepsilon\text{-Umgebung von } a \text{ liegen unendlich viele Folgenglieder } a_n$$

(die untereinander auch gleich sein d\u00fcrfen, d.h., f\u00fcr jedes  $\varepsilon > 0$  und f\u00fcr jedes  $n_0$  gibt es ein  $n \geq n_0$ , so da\ss  $|a_n - a| < \varepsilon$ ).