

Kapitel 4

Unendliche Reihen; Potenzreihen

Definition. (*Reihe*)

4/0/1

Es sei $(a_n)_{n=0,1,2,\dots}$ eine Folge von reellen Zahlen.

Die Folge $(S_n)_{n=0,1,2,\dots}$ mit $S_n = \sum_{i=0}^n a_i$ heißt *Folge der Partialsummen* von (a_n) oder *unendliche Reihe* (kurz *Reihe*).

$$\text{Bez.: } (S_n) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i = \sum a_i$$

4.1 Konvergenz von Reihen

Definition. (*Konvergenz von Reihen*)

4/1/0

$\sum_{i=0}^{\infty} a_i$ konvergiert (gegen a) $\stackrel{\text{Df}}{=} (S_n)$ konvergiert (gegen a).

$$\text{Bez.: } \lim S_n = a = \sum_{i=0}^{\infty} a_i.$$

a heißt dann *Wert* oder *Limes* der Reihe.

Definition. (*Divergenz von Reihen*)

4/1/2

$\sum a_i$ ist *divergent* $\stackrel{\text{Df}}{=} \sum a_i$ ist nicht konvergent.

Definition. (*Minorante, Majorante*)

4/1/31

Es seien $\sum a_i, \sum b_i$ Reihen mit nicht-negativen Gliedern.

$\sum a_i$ heißt *Minorante* von $\sum b_i$ und gleichzeitig heißt $\sum b_i$ *Majorante* von $\sum a_i$ $\stackrel{\text{Df}}{=} a_i \leq b_i$ für alle i .

Satz 4.8 (*Majorantenkriterium*)

4/1/32

Es seien $\sum a_i, \sum b_i$ Reihen mit nicht-negativen Gliedern, und es sei $\sum b_i$ eine Majorante von $\sum a_i$. Dann gilt:

- (1) Ist $\sum b_i$ konvergent, so ist auch $\sum a_i$ konvergent.
- (2) Ist $\sum a_i$ divergent, so ist auch $\sum b_i$ divergent.