

Kapitel 7

Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.1 Ableitung

Definition. (*höhere Ableitungen*)

7/1/28

Sei f in $U(a)$ differenzierbar und f' die 1. Ableitung von f in $U(a)$.

f ist in a *zweimal differenzierbar*

$\overline{\text{Df}}$ f' ist in a differenzierbar;

$f''(a) := (f')'(a)$ heißt 2. Ableitung von f in a .

Induktiv definiert man n -mal differenzierbar und die n -te Ableitung von f in a .

Bez. $f^{(n)}(a) = \frac{d^n f}{dx^n}(a)$; $f^{(0)}(a) := f(a)$.

7.3 Anwendungen der Differentialrechnung; Grenzwerte für Quotienten von Funktionen

Definition. (*lokales Extremum*)

7/3/19

Sei $a < b$, f in $I = (a, b)$ definiert und $c \in I$.

f besitzt an der Stelle c (oder kurz in c) ein *lokales* oder *relatives Extremum*
(:= *lokales Maximum* bzw. *lokales Minimum*)

$\overline{\text{Df}}$ Es gibt eine Umgebung $U(c)$, so daß für jedes $x \in U(c)$ mit $x \neq c$ gilt:

$f(c) > f(x)$ für ein lokales Maximum und

$f(c) < f(x)$ für ein lokales Minimum.

Definition. (*Wendepunkt*)

7/3/30

Sei $a < b$, f in $I = (a, b)$ stetig und $c \in I$.

f besitzt in c einen *Wendepunkt*

$\overline{\text{Df}}$ f ist in (a, c) und in (c, b) differenzierbar und es gilt

(f ist in einer linksseitigen Umgebung von c streng konvex von unten

und in einer rechtsseitigen Umgebung von c streng konvex von oben) oder

(f ist in einer linksseitigen Umgebung von c streng konvex von oben

und in einer rechtsseitigen Umgebung von c streng konvex von unten).

Satz 7.18 Sei $a < b$, f in $I = (a, b)$ 2-mal differenzierbar und $c \in I$.

f besitzt in c einen Wendepunkt gdw f' in c ein lokales Extremum besitzt.

7/3/32
