

Kapitel 4 Unendliche Reihen; Potenzreihen

4.4 Potenzreihen

Definition. (*Potenzreihe*)

4/4/1

Es sei (a_n) eine Folge von (reellen oder komplexen) Zahlen und a, x seien ebenfalls reell oder komplex.

Dann heißt $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-a)^n$ *Potenzreihe* in $x-a$ mit den *Koeffizienten* a_n .

Definition. (*Konvergenzradius*)

4/4/5

Es sei ϱ eine nicht-negative reelle Zahl oder $\varrho = \infty$.

ϱ heißt *Konvergenzradius* von $\sum a_n(x-a)^n$

$\overline{\text{Df}}$ Für jedes x gilt: Wenn $|x-a| < \varrho$, so ist $\sum a_n(x-a)^n$ absolut konvergent, und wenn $|x-a| > \varrho$, so ist $\sum a_n(x-a)^n$ divergent.

(Hierbei soll immer gelten: $\{x : |x-a| < \infty\} = \mathbb{R}$ bzw. $= \mathbb{C}$ und $\{x : |x-a| > \infty\} = \emptyset$.)

4.5 Rechnen mit Potenzreihen

Satz 4.22 (*Summe von Potenzreihen*)

4/5/0

Es seien $\sum a_n(x-a)^n$ und $\sum b_n(x-a)^n$ Potenzreihen mit den Konvergenzradien ϱ_1 bzw. ϱ_2 und α, β seien reelle oder komplexe Zahlen. Dann gilt:

- (1) Die Potenzreihe $\sum (\alpha \cdot a_n + \beta \cdot b_n) \cdot (x-a)^n$ hat einen Konvergenzradius $\varrho \geq \min\{\varrho_1, \varrho_2\}$.
- (2) Für $|x-a| < \min\{\varrho_1, \varrho_2\}$ ist

$$\sum (\alpha \cdot a_n + \beta \cdot b_n) \cdot (x-a)^n = \alpha \cdot \sum a_n(x-a)^n + \beta \cdot \sum b_n(x-a)^n.$$