

Kapitel 4

Unendliche Reihen; Potenzreihen

4.1 Konvergenz von Reihen

Definition. (*Konvergenz von Reihen*)

4/1/0

$\sum_{i=0}^{\infty} a_i$ konvergiert (gegen a) $\stackrel{\text{Df}}{=} (S_n)$ konvergiert (gegen a).

$$\text{Bez.: } \lim S_n = a = \sum_{i=0}^{\infty} a_i.$$

a heißt dann *Wert* oder *Limes* der Reihe.

Definition. (*absolute Konvergenz*)

4/1/15

$\sum a_i$ ist absolut konvergent $\stackrel{\text{Df}}{=} \sum |a_i|$ ist konvergent.

4.2 Assoziativität und Kommutativität bei Reihen

Definition. (*unbedingte Konvergenz*)

4/2/8

Es sei $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ eine Reihe und $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ eine Bijektion (oder auch *Permutation* von \mathbb{N}).

Dann ist $\sum_{n=0}^{\infty} a_{f(n)}$ durch *Umordnung* aus $\sum a_n$ entstanden.

$\sum a_n$ heißt *unbedingt konvergent*

$\stackrel{\text{Df}}{=} \text{Jede durch Umordnung aus } \sum a_n \text{ entstandene Reihe ist konvergent.}$

Satz 4.13 (*Umordnungssatz von Riemann*)

4/2/11

Ist $\sum a_n$ konvergent und nicht absolut konvergent, dann existiert für jedes $c \in \mathbb{R}$ bzw. für $c = \pm\infty$ eine Umordnung $\sum b_i$ von $\sum a_n$, so daß $\sum b_i = c$.