

Kapitel 6

Der n -dimensionale euklidische Raum \mathbb{R}^n ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

6.3 Eigenschaften stetiger Funktionen

Definition. (*rechtsseitiger bzw. linksseitiger Grenzwert*)

6/3/48

Sei a ein Häufungspunkt von $D_r(f, a) := D(f) \cap \{x : x > a\}$

bzw. von $D_l(f, a) := D(f) \cap \{x : x < a\}$.

f besitzt an der Stelle a (oder in a) den *rechtsseitigen* bzw. *linksseitigen Grenzwert* c

$\overline{\text{Df}}$ Für jedes $\varepsilon > 0$ gibt es ein $\delta > 0$, so daß für jedes $x \in D_r(f, a)$ bzw.

für jedes $x \in D_l(f, a)$ gilt: Wenn $|x - a| < \delta$, so $|f(x) - c| < \varepsilon$.

$$\text{Bez.: } \lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} f(x) = \lim_{x \searrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = c \quad \text{bzw.}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x < a}} f(x) = \lim_{x \nearrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = c$$

Kapitel 7

Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.1 Ableitung

Definition. (*Differenzenquotient*)

7/1/1

Sei f in einer Umgebung $U(a)$ definiert.

Die Funktion $\varphi(x) := \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ mit $x \in U(a)$ und $x \neq a$ heißt *Differenzenquotient* von f in a .

Bez. Für $y = f(x)$ und $b = f(a)$ sei

$$\Delta y := f(x) - f(a) = y - b \quad \text{und} \quad \Delta x := x - a := h.$$

Definition. (*rechtsseitige bzw. linksseitige Differenzierbarkeit*)

7/1/5

f ist in a *rechtsseitig* bzw. *linksseitig differenzierbar*

$\overline{\text{Df}}$ Es gibt eine Umgebung $U(a)$, so daß f in $U(a) \cap \{x : x \geq a\}$ bzw. in $U(a) \cap \{x : x \leq a\}$ definiert ist, und es existiert

$$\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x \geq a}} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \quad \text{bzw.} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x \leq a}} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}.$$

Die Limits heißen (falls sie existieren) *rechtsseitige* bzw. *linksseitige Ableitung* der Funktion f .