

## Kapitel 5

### Reelle Funktionen

#### 5.1 Operationen für Funktionen

**Definition.** (*monoton, streng monoton*)

5/1/11

Es sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $M \subseteq \mathbb{R}$  und  $M \subseteq D(f)$ .

(1)  $f$  ist *monoton wachsend* (bzw. *monoton fallend*) in  $M$

$\overline{\text{Df}}$  Für jedes  $x_1, x_2 \in M$  gilt: Wenn  $x_1 \leq x_2$ , so  $f(x_1) \leq f(x_2)$   
(bzw.  $f(x_1) \geq f(x_2)$ ).

(2)  $f$  ist *streng monoton wachsend* (bzw. *streng monoton fallend*) in  $M$

$\overline{\text{Df}}$  Für jedes  $x_1, x_2 \in M$  gilt: Wenn  $x_1 < x_2$ , so  $f(x_1) < f(x_2)$   
(bzw.  $f(x_1) > f(x_2)$ ).

## Kapitel 7

### Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

#### 7.1 Ableitung

**Definition.** (*Differenzierbarkeit, Ableitung, Differentialquotient*)

7/1/3

$f$  ist an der Stelle  $a$  (oder kurz in  $a$ ) *differenzierbar*

$\overline{\text{Df}}$   $f$  ist in einer Umgebung  $U(a)$  definiert, und es existiert  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ .

Der Limes heißt (falls er existiert) *erste Ableitung* oder *Differentialquotient* von  $f$  in  $a$ .

**Bez.**  $f'(a) = \frac{df}{dx}(a)$ .

#### 7.3 Anwendungen der Differentialrechnung; Grenzwerte für Quotienten von Funktionen

**Satz 7.13** Es sei  $a < b$  und  $f$  in  $I = (a, b)$  differenzierbar. Dann gilt:

7/3/9

- (1)  $f$  ist in  $I$  *monoton wachsend* gdw  $f'(x) \geq 0$  für jedes  $x \in I$ .
- (2)  $f$  ist in  $I$  *streng monoton wachsend* gdw  $f'(x) \geq 0$  für jedes  $x \in I$ , und es gibt kein Teilintervall  $(a', b') \subseteq I$  mit  $a' < b'$ , so daß  $f'(x) = 0$  für alle  $x \in (a', b')$ .