

Kapitel 6

Der n -dimensionale euklidische Raum \mathbb{R}^n ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

6.2 Funktionen mit mehreren Veränderlichen

Definition. (*Funktionen mit mehreren Veränderlichen*)

6/2/0

f ist eine reellwertige Funktion mit n reellen Veränderlichen

$\stackrel{\text{Def}}{=} f \subseteq \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \quad (:= \mathbb{R}^{n+1})$ und für jedes $\bar{a} \in \mathbb{R}^n$ gibt es höchstens ein $b \in \mathbb{R}$,
so daß $(\bar{a}, b) \in f$ (hierbei ist $(\bar{a}, b) = (a_1, \dots, a_n, b)$).

Bez.: $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ und $f(\bar{a}) = b$.

Kapitel 8

Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

8.3 Der Satz von Taylor; lokale Extrema für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

Satz 8.10 (*Mittelwertsatz der Differentialrechnung mit mehreren Veränderlichen*)

8/3/1

Sei $M \subseteq \mathbb{R}^n$ offen und $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ eine in M differenzierbare Funktion. Weiterhin seien $\bar{a}, \bar{b} \in M$ und die Verbindungsstrecke $s(\bar{a}, \bar{b})$ zwischen \bar{a} und \bar{b} gehöre zu M . Dann gibt es ein $\bar{c} \in s(\bar{a}, \bar{b})$ mit $\bar{c} \neq \bar{a}, \bar{b}$, so daß $f(\bar{b}) - f(\bar{a}) = f'(\bar{c}) \cdot (\bar{b} - \bar{a})$.

Bemerkung. Für Vektorfunktionen ist der Mittelwertsatz im allgemeinen falsch.

8/3/3

Man betrachte das Beispiel $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $f(x) = (x^2, x^3)$.

Offenbar gibt es kein $c \in (0, 1)$, so daß $f(1) - f(0) = f'(c) \cdot (1 - 0) = (2c, 3c^2)$.