

Kapitel 6

Der n -dimensionale euklidische Raum \mathbb{R}^n ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

6.1 Der Raum \mathbb{R}^n

Definition. (ε -Umgebung)

6/1/12

Es sei $a \in \mathbb{M}$, $\varepsilon \in \mathbb{R}$ und $\varepsilon > 0$.

$U_\varepsilon(a)$ heißt ε -Umgebung von a (in \mathbb{M})

$\stackrel{\text{Df}}{=} U_\varepsilon(a) := \{x \in \mathbb{M} : \varrho(x, a) < \varepsilon\}$.

Definition. (Umgebung)

6/1/16

Es sei $a \in \mathbb{M}$ und $U \subseteq \mathbb{M}$.

(1) U ist eine offene Umgebung von a

$\stackrel{\text{Df}}{=} U$ ist offen und $a \in U$.

(2) U ist eine Umgebung von a

$\stackrel{\text{Df}}{=} \text{Es gibt eine offene Menge } U' \subseteq \mathbb{M} \text{ mit } a \in U' \text{ und } U' \subseteq U.$

Bez.: $U := U(a)$

Bemerkung. Im praktischen Umgang kommt man fast immer mit den spezielleren ε -Umgebungen aus, denn jede ε -Umgebung ist eine Umgebung, und in jeder Umgebung von a ist eine ε -Umgebung von a enthalten (und dies reicht in der Regel aus). Es ist aber oft bequem, einfach von Umgebungen zu sprechen.

6/1/17