

Kapitel 3

Folgen von reellen Zahlen

Definition. (*Folge*)

3/0/1

F ist eine *Folge* (von reellen Zahlen)

$\overline{\text{Df}}$ F ist eine Abbildung von \mathbb{N} in \mathbb{R} ,

d.h., jeder natürlichen Zahl n wird eine reelle Zahl a_n zugeordnet, so daß $F(n) = a_n$.

Bez.: $F = (a_n)_{n=0,1,2,\dots}$ oder einfach $F = (a_n)$.

3.1 Konvergenz von Folgen

Definition. (*Konvergenz*)

3/1/0

Sei (a_n) eine Folge und $a \in \mathbb{R}$.

(a_n) ist *konvergent gegen* a

$\overline{\text{Df}}$ Für jedes $\varepsilon > 0$ existiert ein n_0 , so daß für jedes $n \geq n_0$ gilt: $|a_n - a| < \varepsilon$.

In diesem Falle heißt a *Grenzwert* oder *Limes* von (a_n) .

Bez.: $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ oder $a = \lim a_n$ oder auch einfach
 $a_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} a$ oder $a_n \rightarrow a$.

Definition. (*Häufungspunkt einer Folge*)

3/1/16

Es sei (a_n) eine Folge und $a \in \mathbb{R}$.

a ist ein *Häufungspunkt* (oder *Verdichtungspunkt*) von (a_n)

$\overline{\text{Df}}$ In jeder ε -Umgebung von a liegen unendlich viele Folgenglieder a_n
 (die untereinander auch gleich sein dürfen, d.h., für jedes $\varepsilon > 0$ und für jedes n_0
 gibt es ein $n \geq n_0$, so daß $|a_n - a| < \varepsilon$).

Definition. (*Teilfolge*)

3/1/20

Es sei (a_n) eine Folge und $n_0 < n_1 < n_2 < \dots$ (d.h., $n_i < n_j$ für $i < j$; $i, j \in \mathbb{N}$).

Dann heißt $(a_{n_i})_{i=0,1,2,\dots}$ *Teilfolge* von (a_n) .

Satz 3.6 Ist a ein Häufungspunkt der Folge (a_n) , dann existiert eine Teilfolge von (a_n) , die gegen a konvergiert.

3/1/23