

Kapitel 6

Der n -dimensionale euklidische Raum \mathbb{R}^n ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

6.3 Eigenschaften stetiger Funktionen

Definition. (*Kurve*)

6/3/1

\mathfrak{k} ist eine *Kurve* in \mathbb{R}^n

$\overline{\text{Df}}$ Es gibt ein abgeschlossenes Intervall $[a, b]$ mit $a < b$ und eine stetige Vektorfunktion $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$, so daß $\mathfrak{k} := \{f(t) : a \leq t \leq b\}$.

(D.h., es gibt stetige Funktionen $f_1, \dots, f_n : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, so daß $f(t) = (f_1(t), \dots, f_n(t))$ und \mathfrak{k} das Bild der Funktion f in \mathbb{R}^n ist.)

6.5 Einige wichtige Ergänzungen

Definition. (*Überdeckung*)

6/5/1

Es sei (\mathbb{M}, ϱ) ein metrischer Raum und $M \subseteq \mathbb{M}$.

Weiterhin sei \mathcal{U} ein System von (offenen) Teilmengen von \mathbb{M} (also $\mathcal{U} \subseteq \text{Pot}(\mathbb{M})$).

(1) \mathcal{U} ist eine (*offene*) *Überdeckung* von M

$\overline{\text{Df}}$ Zu jedem $a \in M$ existiert ein $U \in \mathcal{U}$, so daß $a \in U$.

(Die Mengen aus \mathcal{U} überdecken die Menge M).

(2) \mathcal{U} ist eine *endliche Überdeckung* von M

$\overline{\text{Df}}$ \mathcal{U} ist eine Überdeckung von M , und \mathcal{U} enthält nur endlich viele Mengen.

Übungsaufgaben

17. Es sei $g : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}^2$ mit $g(t) = (t, t^2)$, $0 \leq t \leq 1$, und \mathfrak{k} die durch g definierte Kurve in der Ebene. Betrachtet man zu jedem Punkt \bar{x} von \mathfrak{k} die ε -Umgebung $U_\varepsilon(\bar{x})$ mit $\varepsilon = \frac{1}{5}$, dann erhält man eine offene Überdeckung $\mathcal{U} = \{U_\varepsilon(\bar{x}) : \bar{x} \in \mathfrak{k}\}$ von \mathfrak{k} .

6/6/17

Geben Sie endlich viele zu \mathcal{U} gehörende Mengen an, die bereits \mathfrak{k} vollständig überdecken (mit Zeichnung).