

Kapitel 10

Ausblicke auf die Integralrechnung für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

10.1 Doppelintegrale

Definition. (*Integral über Rechteckbereichen*)

10/1/6

Sei f in D definiert und beschränkt.

f ist in D integrierbar

$$\overline{\int}_D f(x, y) dx dy = \underline{\int}_D f(x, y) dx dy.$$

Der gemeinsame Wert von Ober- und Unterintegral heißt dann *Riemann-Integral* oder *Doppelintegral* oder kurz *Integral* von f in D .

$$\text{Bez.: } \iint_D f(x, y) dx dy := \int_D f(\bar{x}) d\bar{x}.$$

Satz 10.4 Es sei B ein über $[a, b]$ x -einfacher bzw. über $[c, d]$ y -einfacher Bereich, $B \subseteq D := [a, b] \times [c, d]$, und $f(x, y)$ sei in B definiert und stetig. Dann ist f^* in D integrierbar, und es ist

10/1/22

$$\iint_D f^*(x, y) dx dy = \int_a^b \left(\int_c^d f^*(x, y) dy \right) dx \quad \text{bzw.}$$

$$\iint_D f^*(x, y) dx dy = \int_c^d \left(\int_a^b f^*(x, y) dx \right) dy.$$