

Kapitel 2

Reelle Zahlen

2.3 Mengen von reellen Zahlen

Definition. (*Häufungspunkt*)

2/3/11

Sei $M \subseteq \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R}$.

a ist ein Häufungspunkt von M

$\overline{\text{Df}}$ In jeder ε -Umgebung von a liegt wenigstens ein von a verschiedenes Element
 (:= Punkt) aus M ,
 (d.h., für jedes $\varepsilon > 0$ existiert ein $x \in M$ mit $x \neq a$ und $x \in U_\varepsilon(a)$).

Kapitel 5

Reelle Funktionen

5.2 Stetigkeit

Definition. (*Stetigkeit*)

5/2/1

f ist an der Stelle a (oder kurz in a) *stetig*

$\overline{\text{Df}}$ $a \in D(f)$ und für jedes $\varepsilon > 0$ gibt es ein $\delta > 0$, so daß für jedes $x \in D(f)$
 gilt: Wenn $|x - a| < \delta$, so $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$.
 (d.h., für jede ε -Umgebung von $f(a)$ gibt es eine δ -Umgebung von a , so daß $f(U_\delta) \subseteq U_\varepsilon$).

Kapitel 6

Der n -dimensionale euklidische Raum \mathbb{R}^n ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

6.3 Eigenschaften stetiger Funktionen

Definition. (*rechtsseitiger bzw. linksseitiger Grenzwert*)

6/3/48

Sei a ein Häufungspunkt von $D_r(f, a) := D(f) \cap \{x : x > a\}$

bzw. von $D_l(f, a) := D(f) \cap \{x : x < a\}$.

f besitzt an der Stelle a (oder in a) den *rechtsseitigen* bzw. *linksseitigen Grenzwert* c

$\overline{\text{Df}}$ Für jedes $\varepsilon > 0$ gibt es ein $\delta > 0$, so daß für jedes $x \in D_r(f, a)$ bzw.
 für jedes $x \in D_l(f, a)$ gilt: Wenn $|x - a| < \delta$, so $|f(x) - c| < \varepsilon$.

$$\text{Bez.: } \lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} f(x) = \lim_{x \searrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = c \quad \text{bzw.} \\ \lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x < a}} f(x) = \lim_{x \nearrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = c$$

Satz 6.21 Sei f in a definiert und a sei ein Häufungspunkt von $D_r(f, a)$ und von $D_l(f, a)$. Dann gilt:

6/3/54

f ist in a stetig $\iff f$ besitzt in a einen rechtsseitigen und einen linksseitigen Grenzwert und beide Werte sind gleich $f(a)$.