

## Kapitel 4 Unendliche Reihen; Potenzreihen

### 4.3 Komplexe Zahlen

**Bemerkung.** Man kann mit komplexen Zahlen im Prinzip rechnen wie mit reellen Zahlen, allerdings ist in  $\mathbb{C}$  keine Ordnung definiert. 4/3/5

Wir haben uns schon überlegt, daß  $\{(1, 0), (0, 1)\}$  eine Basis für den Vektorraum  $\mathbb{R}^2$  bildet. Der Teilraum  $\{x \cdot (1, 0) : x \in \mathbb{R}\}$  von  $\mathbb{R}^2$  ist offenbar isomorph mit  $\mathbb{R}$  (als 1-dimensionaler Vektorraum über  $\mathbb{R}$ ). Daher identifizieren wir in Zukunft  $(1, 0)$  mit 1. Für  $(0, 1)$  schreibt man auch  $i$  (nicht zu verwechseln mit natürlichen Zahlen  $i$ ), so daß durch  $\{1, i\}$  eine Basis für  $\mathbb{R}^2$  gegeben ist.

Mit dieser Vereinbarung gilt

$$(a, b) = a \cdot (1, 0) + b \cdot (0, 1) = a \cdot 1 + b \cdot i.$$

Für  $a \cdot 1$  bzw. für  $b \cdot i$  schreiben wir kurz  $a$  bzw.  $ib$ . Damit erhält man eine geeignete Darstellung für komplexe Zahlen:

$$(a, b) = a + ib, \quad (0, 0) = 0 + i0 := 0.$$

**Bez.:** In  $z = x + iy$  heißt  $x$  *Realteil* ( $:= \operatorname{Re}(z)$ ) und  $y$  *Imaginärteil* ( $:= \operatorname{Im}(z)$ ) von  $z$ .

**Definition.** (*Betrag für komplexe Zahlen*)

4/3/7

Es sei  $z = x + iy$ .

$$|z| \stackrel{\text{Df}}{=} \sqrt{x^2 + y^2}.$$

**Bez.:**  $|z|$  heißt *Betrag* von  $z$  und  
 $|z_1 - z_2|$  heißt *Abstand* zwischen  $z_1$  und  $z_2$ .