

Kapitel 1

Grundbegriffe der Mengenlehre und der Logik

Definition. Es sei $f : M \rightarrow N$ eine Abbildung von M in N .

1/0/15

(1) f ist *surjektiv* oder eine *Abbildung auf* N

$\overline{\text{Df}}$ Für jedes $b \in N$ existiert ein $a \in M$, so daß $(a, b) \in f$,
(d.h., $W(f) = N$).

(2) f ist *injektiv* oder *eindeutig* von M in N

$\overline{\text{Df}}$ Für jedes $a_1, a_2 \in M$ gilt: Wenn $a_1 \neq a_2$, so $f(a_1) \neq f(a_2)$.

(3) f ist *bijektiv* oder *eindeutig* von M auf N

$\overline{\text{Df}}$ f ist injektiv und surjektiv.

Kapitel 5

Reelle Funktionen

5.1 Operationen für Funktionen

Definition. f ist eine *reellwertige Funktion einer reellen Veränderlichen*

5/1/7

$\overline{\text{Df}}$ $f \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und für jedes $a \in \mathbb{R}$ existiert ein $b \in \mathbb{R}$, so daß $(a, b) \in f$.

Bez.: $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

5.2 Stetigkeit

Definition. (*stetig in einer Menge*)

5/2/3

Sei $M \subseteq \mathbb{R}$.

(1) f ist *stetig in* M

$\overline{\text{Df}}$ f ist in jedem Punkt $a \in M$ stetig.

(2) f ist *stetig*

$\overline{\text{Df}}$ f ist im gesamten Definitionsbereich $D(f)$ stetig.

Satz 5.8 Ist f in $[a, b]$ injektiv und stetig, dann ist f^{-1} in $[\alpha, \beta]$ stetig, wobei $\alpha = \min\{f(a), f(b)\}$ und $\beta = \max\{f(a), f(b)\}$.

5/2/27

Beispiel. Sei $f(x) = x^2$, $x \geq 0$. Dann ist offenbar f injektiv und stetig in $[0, b]$ für jedes $b > 0$ (folglich ist f auch in $[a, \infty)$ stetig). Nach dem vorhergehenden Satz ist $f^{-1} = \sqrt{x}$ in $[f(0), f(b)] = [0, b^2]$ stetig, also auch in $[0, \infty)$.

5/2/29