

## Kapitel 7

### Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

#### 7.3 Anwendungen der Differentialrechnung; Grenzwerte für Quotienten von Funktionen

**Definition.** (*lokales Extremum*)

7/3/19

Sei  $a < b$ ,  $f$  in  $I = (a, b)$  definiert und  $c \in I$ .

$f$  besitzt an der Stelle  $c$  (oder kurz in  $c$ ) ein *lokales* oder *relatives Extremum*  
( $:=$  *lokales Maximum* bzw. *lokales Minimum*)

$\overline{\text{Df}}$  Es gibt eine Umgebung  $U(c)$ , so daß für jedes  $x \in U(c)$  mit  $x \neq c$  gilt:  
 $f(c) > f(x)$  für ein lokales Maximum und  
 $f(c) < f(x)$  für ein lokales Minimum.

**Satz 7.15** (*Notwendige Bedingung für die Existenz eines lokalen Extremums*)

7/3/21

Sei  $a < b$ ,  $f$  in  $I = (a, b)$  differenzierbar und  $c \in I$ .

Besitzt  $f$  in  $c$  ein lokales Extremum, dann ist  $f'(c) = 0$ .

**Satz 7.16** (*Hinreichende Bedingung für die Existenz eines lokalen Extremums*)

7/3/24

Sei  $a < b$ ,  $f$  in  $I = (a, b)$  zweimal differenzierbar und  $c \in I$ .

Ist  $f'(c) = 0$  und  $f''(c) > 0$  (bzw.  $f''(c) < 0$ ), dann besitzt  $f$  in  $c$  ein lokales Minimum (bzw. ein lokales Maximum).

## Kapitel 8

### Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

#### 8.3 Der Satz von Taylor; lokale Extrema für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

Wir befassen uns jetzt mit lokalen Extrema bei Funktionen mit zwei und mehr Veränderlichen.

8/3/16

In den Sätzen 7.15 und 7.16 sind (für differenzierbare Funktionen mit einer Veränderlichen) gewisse Bedingungen für das Vorliegen eines lokalen Extremums an einer Stelle  $c$  angegeben worden; und zwar eine notwendige Bedingung:  $f'(c) = 0$  und eine hinreichende Bedingung:  $f''(c) \neq 0$ .

Ähnliche, wenn auch kompliziertere, Bedingungen gibt es auch für Funktionen mit zwei (und mehr) Veränderlichen, mit denen wir uns jetzt befassen.