

## Kapitel 5

### Reelle Funktionen

#### 5.3 Elementare Funktionen

**Satz 5.16** *sin und cos haben folgende Eigenschaften:*

5/3/47

- (1) *sin und cos sind in  $\mathbb{R}$  definiert,  $\sin 0 = 0$ ,  $\cos 0 = 1$ .*
- (2) *sin ist ungerade und cos ist gerade.*
- (3)  *$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$  ( $\implies \sin 2x = 2 \sin x \cos x$ ).*
- (4)  *$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$  ( $\implies \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ ).*
- (5)  *$\sin x - \sin y = 2 \cdot \sin \frac{x-y}{2} \cdot \cos \frac{x+y}{2}$ .*
- (6)  *$\cos x - \cos y = -2 \cdot \sin \frac{x-y}{2} \cdot \sin \frac{x+y}{2}$ .*
- (7)  *$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  ( $\implies |\sin x|, |\cos x| \leq 1$ ).*
- (8) *sin und cos sind stetig.*

**Satz 5.17** *sin und cos sind periodisch mit der Periode  $2\pi$ , und es ist  $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x$  und  $\cos(x + \frac{\pi}{2}) = -\sin x$ .*

5/3/60

**Beweis.** Den Beweis führt man leicht mit Hilfe der Additionstheoreme. □

5/3/61
--------