

Kapitel 9

Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

9.4 Einige Klassen integrierbarer Funktionen

Satz 9.10 Ist f in I stetig, dann ist f in I integrierbar. 9/4/0

Satz 9.11 Ist f in I definiert und beschränkt und besitzt f in I höchstens endlich viele Unstetigkeitsstellen, dann ist f in I integrierbar. 9/4/2

Satz 9.12 Ist f in I definiert und monoton, dann ist f in I integrierbar. 9/4/4

Satz 9.13 Seien f und g in I integrierbar. Dann gilt: 9/4/8

(1) Ist $h(x) = c$ für alle $x \in I$, so ist $\int_a^b h(x) dx = c(b - a)$.

(2) Sind $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$, so ist $c_1 \cdot f + c_2 \cdot g$ in I integrierbar, und es ist

$$\int_a^b (c_1 \cdot f(x) + c_2 \cdot g(x)) dx = c_1 \int_a^b f(x) dx + c_2 \int_a^b g(x) dx.$$

(3) $f \cdot g$ ist in I integrierbar.

(4) Ist $g(x) \neq 0$ für alle $x \in I$ und ist $\frac{1}{g}$ beschränkt in I , dann ist $\frac{1}{g}$ in I integrierbar.

(Zusammen mit (3) erhält man sofort die Integrierbarkeit von $f \cdot \frac{1}{g} = \frac{f}{g}$ in I).

(5) $|f|$ ist in I integrierbar, und es ist $\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$.

Schwerpunkte für die Wiederholung von Kapitel 9

- Klassen integrierbarer Funktionen (stetige Funktionen, Funktionen mit höchstens endlich vielen Unstetigkeitsstellen, monotone Funktionen sind integrierbar – Sätze 9.10, 9.11, 9.12); Summe, Produkt, Quotient, Betrag von integrierbaren Funktionen sind integrierbar (Satz 9.13),

9/11/10
