

Kapitel 5

Reelle Funktionen

5.2 Stetigkeit

Satz 5.6 (*Zwischenwertsatz oder Nullstellensatz von Bolzano*)

5/2/21

Ist f in dem abgeschlossenen Intervall $[a, b]$ stetig und $f(a) < 0 < f(b)$ oder $f(a) > 0 > f(b)$ (d.h., $f(a) \cdot f(b) < 0$), dann gibt es ein $c \in (a, b)$, so daß $f(c) = 0$.

Korollar (*Zwischenwertsatz*)

5/2/23

Ist f in $[a, b]$ stetig, $d \in \mathbb{R}$ beliebig und $f(a) < d < f(b)$ oder $f(a) > d > f(b)$, dann existiert ein $c \in (a, b)$, so daß $f(c) = d$.

Beweis. Setzt man $g(x) = f(x) - d$, dann erfüllt g die Voraussetzungen des Nullstellensatzes. Folglich gibt es ein c mit $g(c) = 0 = f(c) - d$, also $f(c) = d$. \square

5/2/24