

## Kapitel 5

### Reelle Funktionen

#### 5.1 Operationen für Funktionen

**Definition.** (*Verkettung von Funktionen*)

5/1/1

Es seien  $g : A \rightarrow B$  und  $f : B \rightarrow C$  Funktionen, so daß  $W(g) = g(A) \subseteq D(f)$ . Die Funktion  $h : A \rightarrow C$  heißt *Verkettung* oder *Hintereinanderausführung* von  $f$  und  $g$

$$\stackrel{\text{Df}}{=} h = \{(a, c) : (a, b) \in g \text{ und es gibt ein } b \in B, \text{ so daß } (a, b) \in g \text{ und } (b, c) \in f\}.$$

**Bez.:**  $h = f \circ g$ , (d.h., für jedes  $x \in D(g)$  ist  $h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x))$ ).

**Definition.**  $f$  ist eine *reellwertige Funktion einer reellen Veränderlichen*

5/1/7

$\stackrel{\text{Df}}{=} f \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  und für jedes  $a \in \mathbb{R}$  existiert ein  $b \in \mathbb{R}$ , so daß  $(a, b) \in f$ .

**Bez.:**  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

#### 5.2 Stetigkeit

**Definition.** (*Stetigkeit*)

5/2/1

$f$  ist an der Stelle  $a$  (oder kurz in  $a$ ) *stetig*

$\stackrel{\text{Df}}{=} a \in D(f)$  und für jedes  $\varepsilon > 0$  gibt es ein  $\delta > 0$ , so daß für jedes  $x \in D(f)$  gilt: Wenn  $|x - a| < \delta$ , so  $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$ .

(d.h., für jede  $\varepsilon$ -Umgebung von  $f(a)$  gibt es eine  $\delta$ -Umgebung von  $a$ , so daß  $f(U_\delta) \subseteq U_\varepsilon$ ).

**Satz 5.5** (*Stetigkeit der Verkettung*)

5/2/19

Seien  $f, g$  Funktionen mit  $W(g) \subseteq D(f)$ .

Ist  $g$  in  $a$  stetig und  $f$  in  $g(a)$  stetig, dann ist  $f \circ g$  in  $a$  stetig.