

Kapitel 6

Der n -dimensionale euklidische Raum \mathbb{R}^n ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

6.3 Eigenschaften stetiger Funktionen

Definition. (*gleichmäßige Stetigkeit*)

6/3/25

Sei $f : \mathbb{M}_1 \rightarrow \mathbb{M}_2$ und $M \subseteq \mathbb{M}_1$.

f ist in M *gleichmäßig stetig*

$\stackrel{\text{Df}}{=} M \subseteq D(f)$ und für jedes $\varepsilon > 0$ gibt es ein $\delta > 0$, so daß für jedes $x, y \in M$ gilt: Wenn $\varrho_1(x, y) < \delta$, so $\varrho_2(f(x), f(y)) < \varepsilon$.

Satz 6.18 Sei $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ und $M \subseteq D(f)$.

6/3/34

Existiert eine Konstante $c \in \mathbb{R}$, so daß für jedes $\bar{x}, \bar{y} \in M$ gilt:

$|f(\bar{x}) - f(\bar{y})| \leq c \cdot |\bar{x} - \bar{y}|$, dann ist f in M *gleichmäßig stetig*.

Definition. (*Lipschitz-Stetigkeit*)

6/3/36

Sei $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ und $M \subseteq \mathbb{R}^n$.

f ist in M *Lipschitz-stetig*

$\stackrel{\text{Df}}{=} M \subseteq D(f)$ und es existiert eine Konstante $c \in \mathbb{R}$, so daß für jedes $\bar{x}, \bar{y} \in \mathbb{R}^n$ gilt: $|f(\bar{x}) - f(\bar{y})| \leq c \cdot |\bar{x} - \bar{y}|$.

Korollar. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

6/3/38

Ist f in $[a, b]$ *Lipschitz-stetig*, dann ist f in $[a, b]$ *gleichmäßig stetig*.