

Kapitel 5 Reelle Funktionen

Übungsaufgaben

6. Es sei

5/5/6

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{m}, & \text{falls } x = \frac{n}{m}, \quad m, n \in \mathbb{N} \text{ und } m, n \text{ teilerfremd,} \\ 0, & \text{falls } x \text{ irrational.} \end{cases}$$

Zeigen Sie, daß f in allen rationalen Punkten seines Definitionsbereiches nicht stetig und in allen irrationalen Punkten stetig ist.

Kapitel 9 Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

9.4 Einige Klassen integrierbarer Funktionen

Beispiele.

2. (vgl. dazu Literaturangabe [3], Bd. II, Nr 300, Beispiele und Ergänzungen.)

9/4/6/2

Sei $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{m}, & \text{falls } x = \frac{n}{m}, \quad m, n \in \mathbb{N} \text{ und } n, m \text{ teilerfremd,} \\ 0, & \text{falls } x \text{ irrational.} \end{cases}$

Wir betrachten f in dem Intervall $I = [0, 1]$.

Dann ist f in allen irrationalen Punkten aus I stetig und in allen rationalen unstetig (vgl. Aufgabe 6, Kapitel 5). Folglich liegen die Unstetigkeitsstellen dicht in dem Intervall. Trotzdem ist die Funktion in I integrierbar.

Literaturhinweise

[3] Fichtenholz, G.M.: Differential- und Integralrechnung, Band I – III. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin. 11/1/3