

Kapitel 7

Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.1 Ableitung

Definition. (*Differenzierbarkeit, Ableitung, Differentialquotient*)

7/1/3

f ist an der Stelle a (oder kurz in a) differenzierbar

$\overline{\text{Df}}$ f ist in einer Umgebung $U(a)$ definiert, und es existiert $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$.

Der Limes heißt (falls er existiert) *erste Ableitung* oder *Differentialquotient* von f in a .

Bez. $f'(a) = \frac{df}{dx}(a)$.

Definition. Sei $M \subseteq \mathbb{R}$, $M \neq \emptyset$ und f differenzierbar in jedem Punkt $a \in M$.

7/1/4

f' ist die 1. Ableitung von f in M

$\overline{\text{Df}}$ f' ist eine in M definierte Funktion, und für jedes $a \in M$ ist $f'(a)$ die

1. Ableitung von f an der Stelle a ,
(d.h., für jedes $a \in M$ ist $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$).

Übungsaufgaben

9. Bilden Sie die Ableitung folgender Funktionen:

7/5/9

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} 1, & \text{für } x \leq 0, \\ x^4 + 1, & \text{für } x > 0. \end{cases} \quad (b) \quad f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{für } x < 0, \\ e^x, & \text{für } x \geq 0. \end{cases}$$