

## Kapitel 10

### Ausblicke auf die Integralrechnung für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

#### 10.1 Doppelintegrale

**Satz 10.5** (*iterierte Integrale über einfachen Bereichen*)

10/1/26

- (1) Es sei  $B := \{(x, y) : a \leq x \leq b \text{ und } \varphi(x) \leq y \leq \psi(x)\}$  ein  $x$ -einfacher Bereich und  $f(x, y)$  sei in  $B$  stetig. Dann ist  $(f(x, y))$  in  $B$  integrierbar und

$$\iint_B f(x, y) \, dx dy = \int_a^b \left( \int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(x, y) \, dy \right) dx .$$

- (2) Es sei  $B_1 := \{(x, y) : \varphi_1(y) \leq x \leq \psi_1(y) \text{ und } c \leq y \leq d\}$  ein  $y$ -einfacher Bereich und  $f(x, y)$  sei in  $B_1$  stetig. Dann ist  $(f(x, y))$  in  $B_1$  integrierbar und

$$\iint_{B_1} f(x, y) \, dx dy = \int_c^d \left( \int_{\varphi_1(y)}^{\psi_1(y)} f(x, y) \, dx \right) dy .$$

#### Übungsaufgaben

9. In dem Intervall  $[0, 1]$  seien die Funktionen  $\varphi, \psi$  durch  $\varphi(x) := x^2$  und  $\psi(x) := \sqrt[4]{x}$  definiert.  
 $B$  sei der durch  $B := \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, \varphi(x) \leq y \leq \psi(x)\}$  gegebene  $x$ -einfache Bereich. Weiterhin sei  $f(x, y) = \sqrt{x} - y^2$ .

10/3/9

(a) Berechnen Sie  $\iint_B f(x, y) \, dx dy$ ,

- (b) Stellen Sie  $B$  als  $y$ -einfachen Bereich dar, und berechnen Sie das Integral erneut, jedoch jetzt über dem  $y$ -einfachen Bereich  $B$ .