

Kapitel 1

Grundbegriffe der Mengenlehre und der Logik

Modifikationen des Induktionsaxioms

1/0/24

(1) Es sei k eine natürliche Zahl.

$$E(k) \wedge \forall n (k \leq n \wedge E(n) \rightarrow E(n+1)) \rightarrow \forall m (k \leq m \rightarrow E(m)).$$

(2) Es seien k, l natürliche Zahlen mit $k < l$.

$$E(k) \wedge \forall n (k \leq n < l \wedge E(n) \rightarrow E(n+1)) \rightarrow \forall m (k \leq m \leq l \rightarrow E(m)).$$

(1) liefert das Beweisprinzip von $E(n)$ für alle $n \geq k$ und (2) das von $E(n)$ für alle n mit $k \leq n \leq l$.

Übungsaufgaben

14. Beweisen Sie:

1/1/14

(a) Ist $k \in \mathbb{N}$ gerade, so ist k^n für jedes $n \in \mathbb{N}$ durch 2^n teilbar.

(b) Für jedes $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 7$ ist $3^n \leq n!$.

(c) Für jedes $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{k=1}^n (2k-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$.