

Kapitel 10

Ausblicke auf die Integralrechnung für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

10.1 Doppelintegrale

Definition. (*Integral über Rechteckbereichen*)

10/1/6

Sei f in D definiert und beschränkt.

f ist in D integrierbar

$$\overline{\int\limits_D} f(x, y) \, dxdy = \underline{\int\limits_D} f(x, y) \, dxdy.$$

Der gemeinsame Wert von Ober- und Unterintegral heißt dann *Riemann-Integral* oder *Doppelintegral* oder kurz *Integral* von f in D .

$$\textbf{Bez.:} \quad \iint_D f(x, y) \, dxdy := \int_D f(\bar{x}) \, d\bar{x}.$$

Satz 10.3 (*iterierte Integrale über Rechteckbereichen*)

10/1/13

Sei $D = [a, b] \times [c, d]$ und f in D integrierbar. Ist $f(x, y)$ für jedes fixierte $x \in [a, b]$ als Funktion von y in $[c, d]$ integrierbar und ist $F(x) := \int_c^d f(x, y) \, dy$ in $[a, b]$

integrierbar, dann ist $\iint_D f(x, y) \, dxdy = \int_a^b \left(\int_c^d f(x, y) \, dy \right) dx = \int_a^b F(x) \, dx.$