

Kapitel 10

Ausblicke auf die Integralrechnung für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

10.1 Doppelintegrale

Definition. (*Integral über Rechteckbereichen*)

10/1/6

Sei f in D definiert und beschränkt.

f ist in D integrierbar

$$\overline{\text{Df}} \quad \iint_D f(x, y) \, dx dy = \overline{\iint_D f(x, y) \, dx dy}.$$

Der gemeinsame Wert von Ober- und Unterintegral heißt dann *Riemann-Integral* oder *Doppelintegral* oder kurz *Integral* von f in D .

$$\text{Bez.:} \quad \iint_D f(x, y) \, dx dy := \int_D f(\bar{x}) \, d\bar{x}.$$

Definition. (*Volumen*)

10/1/7

Sei f in $D := [a, b] \times [c, d]$ definiert und beschränkt und nicht negativ.

Die (räumliche) Punktmenge $M = \{(x, y, z) : a \leq x \leq b, c \leq y \leq d, 0 \leq z \leq f(x, y)\}$ besitzt ein *Volumen* (*Rauminhalt*) der Größe V

$$\overline{\text{Df}} \quad f \text{ ist in } D \text{ integrierbar und } V = \iint_D f(x, y) \, dx dy.$$