

Kapitel 10

Ausblicke auf die Integralrechnung für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

10.2 Dreifachintegrale

Definition. (*Unterintegral, Oberintegral*)

10/2/5

$$\underbrace{\iiint_D f(x, y, z) \, dx dy dz}_{\underline{\underline{Df}}} \equiv \sup \{ \underline{S}_f(\bar{\mathfrak{z}}) : \bar{\mathfrak{z}} \text{ Zerlegung von } D \} \quad (\text{Unterintegral von } f \text{ in } D).$$

$$\overbrace{\iiint_D f(x, y, z) \, dx dy dz}^{\overline{\overline{Df}}} \equiv \inf \{ \overline{S}_f(\bar{\mathfrak{z}}) : \bar{\mathfrak{z}} \text{ Zerlegung von } D \} \quad (\text{Oberintegral von } f \text{ in } D).$$

Bemerkung.

10/2/6

Der Einfachheit halber schreiben wir hierfür auch $\int_{\underline{\underline{D}}} f(\bar{x}) \, d\bar{x}$ bzw. $\int_{\overline{\overline{D}}} f(\bar{x}) \, d\bar{x}$.

Nach Definition des Unter- und Oberintegrals gilt offenbar $\int_{\underline{\underline{D}}} f(\bar{x}) \, d\bar{x} \leq \int_{\overline{\overline{D}}} f(\bar{x}) \, d\bar{x}$.