

Kapitel 3

Folgen von reellen Zahlen

Wir befassen uns in diesem Abschnitt mit Zahlenfolgen, die u.a. zur Einführung und Behandlung des für die Analysis äußerst wichtigen Grenzwertbegriffes unerlässlich sind. 3/0/0

Definition. (*Folge*) 3/0/1

F ist eine *Folge* (von reellen Zahlen)

\equiv_{Df} F ist eine Abbildung von \mathbb{N} in \mathbb{R} ,

d.h., jeder natürlichen Zahl n wird eine reelle Zahl a_n zugeordnet, so daß $F(n) = a_n$.

Bez.: $F = (a_n)_{n=0,1,2,\dots}$ oder einfach $F = (a_n)$.

Die a_n heißen *Folgeglieder*.

3/0/2

Für den praktischen Gebrauch kann die Folge auch mit dem Glied a_k , $k > 0$, beginnen. Hierzu müßte die Definition wie folgt verallgemeinert werden: Eine Folge F ist eine Abbildung aus \mathbb{N} in \mathbb{R} , wobei $D(F)$ unendlich ist.

Beispiele.

3/0/3

$$(a_n) = \left(\frac{1}{n+1} \right) = \left(\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \right).$$

Betrachtet man $(a_n) = \left(\frac{1}{n} \right)$, dann wird selbstverständlich angenommen, daß die Folge nicht mit a_0 beginnt, sondern erst mit a_1 .

$$(a_n) = \left(\frac{1 - (-1)^n}{n+1} \right) = \left(0, 1, 0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{3}, \dots \right),$$

$$(a_n) = \left(\left(1 + \frac{1}{n+1} \right)^{n+1} \right) = \left(\underbrace{\left(1 + \frac{1}{1} \right)^1}_2, \underbrace{\left(1 + \frac{1}{2} \right)^2}_{\frac{9}{4}}, \underbrace{\left(1 + \frac{1}{3} \right)^3}_{\frac{64}{27}}, \dots \right),$$

$$(a_n) = \left((-1)^n \right) = (1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots),$$

$$(a_n) = (0) = (0, 0, 0, \dots),$$

$$(a_n) = (n) = (0, 1, 2, 3, \dots).$$

Nicht alle Folgen, die man bilden kann, sind für uns interessant. Wir sondern mit Hilfe einer Definition eine besonders wichtige Teilklasse aus. 3/0/4