

Kapitel 3

Folgen von reellen Zahlen

3.1 Konvergenz von Folgen

Definition.

3/1/2

- (1) (a_n) konvergiert (oder ist konvergent) in \mathbb{R}
 $\overline{\text{Df}}$ Es existiert ein $a \in \mathbb{R}$, so daß (a_n) gegen a konvergiert.
- (2) (a_n) divergiert (oder ist divergent) in \mathbb{R}
 $\overline{\text{Df}}$ (a_n) ist nicht konvergent in \mathbb{R} .

Satz 3.3 Jede konvergente Folge ist beschränkt.

3/1/14

Satz 3.10 (Eigenschaften konvergenter Folgen)

3/1/43

Es seien $(a_n), (b_n)$ konvergente Folgen und c, d seien reelle Zahlen. Dann gilt:

- (1) $(c \cdot a_n)$ ist konvergent und $\lim(c \cdot a_n) = c \cdot \lim a_n$.
- (2) $(a_n + b_n)$ ist konvergent und $\lim(a_n + b_n) = \lim a_n + \lim b_n$.
- (3) $(a_n \cdot b_n)$ ist konvergent und $\lim(a_n \cdot b_n) = \lim a_n \cdot \lim b_n$.
- (4) Sind alle $b_n \neq 0$ und ist $\lim b_n \neq 0$, dann ist $\left(\frac{1}{b_n}\right)$ konvergent und

$$\lim \frac{1}{b_n} = \frac{1}{\lim b_n}.$$
- (4') Sind alle $b_n \neq 0$ und ist $\lim b_n \neq 0$, dann ist $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$ konvergent
und
$$\lim \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim a_n}{\lim b_n}.$$
- (5) $(|a_n|)$ ist konvergent und $\lim |a_n| = |\lim a_n|$.
- (6) Ist $a_n \leq b_n$ für jedes n , dann ist $\lim a_n \leq \lim b_n$.
Ist insbesondere $a_n \leq d$ bzw. $d \leq b_n$ für jedes n , dann ist $\lim a_n \leq d$
bzw. $d \leq \lim b_n$.

Übungsaufgaben

4. Zeigen Sie: Wenn $a_n \geq 0$ und $a_n \rightarrow a$, so $\sqrt{a_n} \rightarrow \sqrt{a}$.

3/3/4