

Kapitel 3

Folgen von reellen Zahlen

3.1 Konvergenz von Folgen

Satz 3.10 (*Eigenschaften konvergenter Folgen*)

3/1/43

Es seien $(a_n), (b_n)$ konvergente Folgen und c, d seien reelle Zahlen. Dann gilt:

- (1) $(c \cdot a_n)$ ist konvergent und $\lim(c \cdot a_n) = c \cdot \lim a_n$.
- (2) $(a_n + b_n)$ ist konvergent und $\lim(a_n + b_n) = \lim a_n + \lim b_n$.
- (3) $(a_n \cdot b_n)$ ist konvergent und $\lim(a_n \cdot b_n) = \lim a_n \cdot \lim b_n$.
- (4) Sind alle $b_n \neq 0$ und ist $\lim b_n \neq 0$, dann ist $\left(\frac{1}{b_n}\right)$ konvergent und

$$\lim \frac{1}{b_n} = \frac{1}{\lim b_n}.$$
- (4') Sind alle $b_n \neq 0$ und ist $\lim b_n \neq 0$, dann ist $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$ konvergent
und
$$\lim \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim a_n}{\lim b_n}.$$
- (5) $(|a_n|)$ ist konvergent und $\lim |a_n| = |\lim a_n|$.
- (6) Ist $a_n \leq b_n$ für jedes n , dann ist $\lim a_n \leq \lim b_n$.
Ist insbesondere $a_n \leq d$ bzw. $d \leq b_n$ für jedes n , dann ist $\lim a_n \leq d$
bzw. $d \leq \lim b_n$.

Kapitel 4

Unendliche Reihen; Potenzreihen

4.1 Konvergenz von Reihen

Satz 4.4 Es seien $\sum a_i, \sum b_i$ konvergent und $a, b \in \mathbb{R}$.

4/1/19

Dann ist $\sum(a \cdot a_i + b \cdot b_i)$ konvergent und $\sum(a \cdot a_i + b \cdot b_i) = a \cdot \sum a_i + b \cdot \sum b_i$.

Beweis. Sei $S'_n = \sum_{i=0}^n a_i, S''_n = \sum_{i=0}^n b_i$ und $S_n = \sum_{i=0}^n (a \cdot a_i + b \cdot b_i)$.

4/1/20

Dann ist $S_n = a \cdot S'_n + b \cdot S''_n$. Aus den Eigenschaften für konvergente Folgen (Satz 3.10) erhält man sofort die Behauptung. \square