

Kapitel 3

Folgen von reellen Zahlen

3.1 Konvergenz von Folgen

Satz 3.8 *Eine monotone Folge ist konvergent gdw sie beschränkt ist.*

3/1/33

Kapitel 4

Unendliche Reihen; Potenzreihen

4.1 Konvergenz von Reihen

Definition. (Konvergenz von Reihen)

4/1/0

$\sum_{i=0}^{\infty} a_i$ konvergiert (gegen a) $\stackrel{\text{Df}}{=} (S_n)$ konvergiert (gegen a).

$$\text{Bez.: } \lim S_n = a = \sum_{i=0}^{\infty} a_i.$$

a heißt dann Wert oder Limes der Reihe.

Satz 4.7 *Sei $\sum a_i$ eine Reihe mit $a_i \geq 0$ für jedes i .*

4/1/28

Dann gilt: $\sum a_i$ ist konvergent gdw die Folge der Partialsummen beschränkt ist.

Beweis. Es sei $S_n = \sum_{i=0}^n a_i$. Zum Beweis benutzen wir Satz 3.8 (monotone Folgen sind konvergent gdw sie beschränkt sind).

4/1/29

(\longrightarrow) $\sum a_i$ ist konvergent $\implies (S_n)$ konvergent $\implies (S_n)$ beschränkt.

(\longleftarrow) Wegen $a_i \geq 0$ für jedes i , ist (S_n) monoton wachsend. Ist außerdem (S_n) beschränkt, so ist $(S_n) = \sum a_i$ konvergent. \square