

## Kapitel 4

### Unendliche Reihen; Potenzreihen

#### 4.1 Konvergenz von Reihen

**Satz 4.2** (*Cauchysches Konvergenzkriterium für Reihen*) 4/1/6  
 $\sum a_i$  ist konvergent gdw für jedes  $\varepsilon > 0$  ein  $n_0$  existiert, so daß für jedes  $m, n > n_0$  gilt:  $|S_m - S_n| < \varepsilon$ .

**Korollar 1.**  $\sum a_i$  konvergiert gdw für jedes  $\varepsilon > 0$  ein  $n_0$  existiert, so daß 4/1/8  
für jedes  $n \geq n_0$  und für jedes  $k \geq 1$  gilt:  $|a_{n+1} + \cdots + a_{n+k}| < \varepsilon$ .

**Beweis.** Sei  $m = n + k$  (in Satz 4.2). Dann gilt:

4/1/9

$$\begin{aligned}|S_m - S_n| &= |a_1 + \cdots + a_n + a_{n+1} + \cdots + a_{n+k} - (a_1 + \cdots + a_n)| \\ &= |a_{n+1} + \cdots + a_{n+k}| < \varepsilon.\end{aligned}$$

Hieraus folgt die Behauptung. □