

## Kapitel 4

### Unendliche Reihen; Potenzreihen

#### 4.2 Assoziativität und Kommutativität bei Reihen

**Bemerkung.** Da bei absolut konvergenten Reihen die Reihenfolge der Glieder keine Rolle spielt, kann in der Produktreihe  $\sum c_n = \left(\sum a_i\right) \cdot \left(\sum b_j\right)$  eine geeignete Reihenfolge ausgezeichnet werden. Dies führt zum sog. Cauchyprodukt. 4/2/15

**Definition.** (*Cauchyprodukt*) 4/2/16

$\sum_{n=0}^{\infty} c_n$  ist das *Cauchyprodukt* der Reihen  $\sum_{i=0}^{\infty} a_i$  und  $\sum_{j=0}^{\infty} b_j$   
 $\stackrel{\text{Df}}{=} c_n = \sum_{i+j=n} a_i b_j = \sum_{i=0}^n a_i b_{n-i}.$

Es gilt also:

4/2/17

$$\begin{aligned}
 \sum c_n &= \left(\sum a_i\right) \cdot \left(\sum b_j\right) \\
 &= a_0 b_0 + (a_0 b_1 + a_1 b_0) + (a_0 b_2 + a_1 b_1 + a_2 b_0) + \\
 &\quad (a_0 b_3 + a_1 b_2 + a_2 b_1 + a_3 b_0) + \cdots \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} \left( \sum_{i+j=n} a_i b_j \right) \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} \left( \sum_{i=0}^n a_i b_{n-i} \right) \quad (\text{für } j = n - i).
 \end{aligned}$$