

Kapitel 4

Unendliche Reihen; Potenzreihen

4.1 Konvergenz von Reihen

Definition. (*Konvergenz von Reihen*)

4/1/0

$\sum_{i=0}^{\infty} a_i$ konvergiert (gegen a) $\stackrel{\text{Df}}{=} (S_n)$ konvergiert (gegen a).

$$\text{Bez.: } \lim S_n = a = \sum_{i=0}^{\infty} a_i.$$

a heißt dann *Wert* oder *Limes* der Reihe.

4.2 Assoziativität und Kommutativität bei Reihen

Definition. Es sei $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ eine Reihe.

4/2/1

$\sum_{i=0}^{\infty} b_i$ entsteht aus $\sum a_n$ durch das *Setzen von Klammern*

$\stackrel{\text{Df}}{=} \text{Es gibt eine streng monoton wachsende Folge } (n_i)_{i=0,1,2,\dots}$
von natürlichen Zahlen, so daß gilt:

$$b_0 = a_0 + \dots + a_{n_0},$$

$$b_1 = a_{n_0+1} + \dots + a_{n_1},$$

\vdots

$$b_{i+1} = a_{n_i+1} + \dots + a_{n_{i+1}},$$

\vdots

Satz 4.11 *In einer konvergenten Reihe können Klammern beliebig gesetzt werden, ohne das Konvergenzverhalten und den Wert der Reihe zu verändern.*

4/2/3

(D.h., für konvergente Reihen gilt das allgemeinste Assoziativgesetz.)