

## Kapitel 4

### Unendliche Reihen; Potenzreihen

#### 4.1 Konvergenz von Reihen

**Definition.** (*Konvergenz von Reihen*)

4/1/0

$\sum_{i=0}^{\infty} a_i$  konvergiert (gegen  $a$ )  $\stackrel{\text{Df}}{=} (S_n)$  konvergiert (gegen  $a$ ).

$$\text{Bez.: } \lim S_n = a = \sum_{i=0}^{\infty} a_i.$$

$a$  heißt dann *Wert* oder *Limes* der Reihe.

**Definition.** (*Divergenz von Reihen*)

4/1/2

$\sum a_i$  ist *divergent*  $\stackrel{\text{Df}}{=} \sum a_i$  ist nicht konvergent.

#### 4.4 Potenzreihen

**Definition.** (*Potenzreihe*)

4/4/1

Es sei  $(a_n)$  eine Folge von (reellen oder komplexen) Zahlen und  $a, x$  seien ebenfalls reell oder komplex.

Dann heißt  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-a)^n$  *Potenzreihe* in  $x-a$  mit den *Koeffizienten*  $a_n$ .

**Satz 4.19** Es seien  $a_n, a \in \mathbb{C}$ .

4/4/7

- (1) Ist  $\sum a_n(x-a)^n$  an einer Stelle  $x = x_0$  konvergent, dann ist  $\sum a_n(x-a)^n$  für alle  $x \in \mathbb{C}$  mit  $|x-a| < |x_0-a|$  absolut konvergent.
- (2) Ist  $\sum a_n(x-a)^n$  an einer Stelle  $x = x_1$  divergent, dann ist  $\sum a_n(x-a)^n$  für alle  $x \in \mathbb{C}$  mit  $|x-a| > |x_1-a|$  divergent.