

## Kapitel 3

### Folgen von reellen Zahlen

#### 3.1 Konvergenz von Folgen

**Definition.** (*Konvergenz*)

3/1/0

Sei  $(a_n)$  eine Folge und  $a \in \mathbb{R}$ .

$(a_n)$  ist *konvergent gegen*  $a$

$\overline{\text{Df}}$  Für jedes  $\varepsilon > 0$  existiert ein  $n_0$ , so daß für jedes  $n \geq n_0$  gilt:  $|a_n - a| < \varepsilon$ .

In diesem Falle heißt  $a$  *Grenzwert* oder *Limes* von  $(a_n)$ .

**Bez.:**  $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  oder  $a = \lim a_n$  oder auch einfach  
 $a_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} a$  oder  $a_n \rightarrow a$ .

## Kapitel 4

### Unendliche Reihen; Potenzreihen

#### 4.1 Konvergenz von Reihen

**Satz 4.9** (*Wurzelkriterium*)

4/1/35

Es sei  $(a_i)$  eine beliebige Folge. Dann gilt:

- (1) Existiert ein  $q$  mit  $0 < q < 1$ , so daß für jedes  $i$  gilt:  $\sqrt[i]{|a_i|} \leq q$ ,  
dann ist  $\sum a_i$  absolut konvergent.
- (2) Ist  $\sqrt[i]{|a_i|} \geq 1$  für alle  $i$ , dann ist  $\sum a_i$  divergent.

#### Übungsaufgaben

9. Es sei  $a_n > 0$  für jedes  $n \geq 0$ , und es sei  $(a_n)$  konvergent gegen  $a$  oder bestimmt divergent gegen  $\infty$ .

4/6/9

Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten von  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{a_n}\right)^n$  für  $x \in \mathbb{R} - \{a\}$ .