

## Kapitel 4

### Unendliche Reihen; Potenzreihen

#### 4.5 Rechnen mit Potenzreihen

**Satz 4.25** (*Identitätssatz für Potenzreihen*)

4/5/6

*Voraussetzungen:*

- (1) Es seien  $\sum a_n(x-a)^n$  und  $\sum b_n(x-a)^n$  Potenzreihen mit den Konvergenzradien  $\varrho_1$  bzw.  $\varrho_2$  und  $\varrho_1, \varrho_2 > 0$ .
- (2)  $(x_\nu)$  sei eine Folge mit  $x_\nu \neq a$ ,  $\lim x_\nu = a$  und  $|x_\nu - a| < \varrho_1, \varrho_2$ .
- (3) Für jedes  $\nu \in \mathbb{N}$  gilt:  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x_\nu - a)^n = \sum_{n=0}^{\infty} b_n(x_\nu - a)^n$ .

*Behauptung:* Für jedes  $n$  ist  $a_n = b_n$ .

(D.h., stimmen zwei Potenzreihen in unendlich vielen Punkten  $x_\nu$  überein und ist der Mittelpunkt  $a$  der Potenzreihen wenigstens ein Häufungspunkt dieser Menge, dann stimmen die Reihen schon koeffizientenweise überein, sie sind also identisch.)

**Lemma.** Es sei  $\sum c_n(x-a)^n$  eine Potenzreihe mit dem Konvergenzradius  $\varrho > 0$ ,  
und sei  $(x_\nu)$  eine Folge mit  $x_\nu \neq a$ ,  $|x_\nu - a| < \varrho$  und  $\lim x_\nu = a$ .

4/5/7/2

Dann ist  $\lim_{\nu \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^{\infty} c_n(x_\nu - a)^n = c_0$ .

#### Schwerpunkte für die Wiederholung von Kapitel 4

- Satz 4.25 (Identitätssatz für Potenzreihen) + Lemma.

4/7/19