

# Kapitel 1

## Grundbegriffe der Mengenlehre und der Logik

**Definition.** (*Funktion* oder *Abbildung*)

1/0/14

(1)  $f$  ist eine *Funktion* (oder *Abbildung*)

$\overline{\text{Df}}$  Es existieren Mengen  $M$  und  $N$ , so daß  $f \subseteq M \times N$ , und für jedes  $a \in M$  gibt es höchstens ein  $b \in N$ , so daß  $(a, b) \in f$ .  
(Eine Funktion ist also eine spezielle Relation.)

(2)  $f$  ist eine *Funktion aus  $M$  in  $N$*

$\overline{\text{Df}}$   $f \subseteq M \times N$  und für jedes  $a \in M$  gibt es höchstens ein  $b \in N$ , so daß  $(a, b) \in f$ .

**Bez.:**  $f : M \rightarrow N$ .

(3)  $f$  ist eine *Funktion von  $M$  in  $N$*

$\overline{\text{Df}}$   $f \subseteq M \times N$  und für jedes  $a \in M$  existiert genau ein  $b \in N$ , so daß  $(a, b) \in f$ . (Jedes  $a \in M$  bestimmt eindeutig ein gewisses  $b \in N$ .)

**Bez.:**  $f(a) = b$ .

In diesem Falle heißt  $M$  *Definitionsbereich* (oder *domain*) von  $f$  und

$$f(M) := \{b \in N : \text{es existiert ein } a \in M, \text{ so daß } b = f(a)\}$$

*Wertebereich* oder *Bild* (oder *image*) von  $f$ .

**Bez.:**  $M = D(f) = \text{dom}(f)$  und  $f(M) = W(f) = \text{im}(f)$ .

Für Abbildungen  $f : M \rightarrow N$  gilt also im allgemeinen nur  $D(f) \subseteq M$  und  $W(f) \subseteq N$ .  $N$  heißt auch *Zielbereich* (oder *range*) von  $f$ .

# Kapitel 2

## Reelle Zahlen

### 2.1 Eigenschaften der reellen Zahlen – Axiome

Zunächst betrachten wir ein geeignetes *Axiomensystem der reellen Zahlen*, das in vier Gruppen unterteilt ist. Dazu sei  $\mathbb{R}$  eine Menge (Menge der reellen Zahlen). In  $\mathbb{R}$  sind zwei 2-stellige *Operationen*  $+$  und  $\cdot$  und eine 2-stellige Relation  $\leq$  definiert, so daß gilt: 2/1/0

# Kapitel 5

## Reelle Funktionen

### 5.1 Operationen für Funktionen

**Definition.** (*rationale Operationen für Funktionen*)

5/1/15

Es seien  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . *Summe*, *Differenz*, *Produkt* und *Quotient* von  $f$  und  $g$  sind wie folgt definiert:

- (1)  $(f \pm g)(x) \stackrel{\text{Df}}{=} f(x) \pm g(x)$  für alle  $x \in D(f) \cap D(g)$ .
- (2)  $(f \cdot g)(x) \stackrel{\text{Df}}{=} f(x) \cdot g(x)$  für alle  $x \in D(f) \cap D(g)$ .
- (3)  $\left(\frac{f}{g}\right)(x) \stackrel{\text{Df}}{=} \frac{f(x)}{g(x)}$  für alle  $x \in D(f) \cap D(g)$  und  $g(x) \neq 0$ ;  
 folglich ist  $D\left(\frac{f}{g}\right) = D(f) \cap D(g) \cap \{x : g(x) \neq 0\}$ .