

## Kapitel 3

### Folgen von reellen Zahlen

**Definition.** (*Folge*)

3/0/1

$F$  ist eine *Folge* (von reellen Zahlen)

$\overline{\text{Df}}$   $F$  ist eine Abbildung von  $\mathbb{N}$  in  $\mathbb{R}$ ,

d.h., jeder natürlichen Zahl  $n$  wird eine reelle Zahl  $a_n$  zugeordnet, so daß  $F(n) = a_n$ .

**Bez.:**  $F = (a_n)_{n=0,1,2,\dots}$  oder einfach  $F = (a_n)$ .

### 3.1 Konvergenz von Folgen

**Definition.** (*Konvergenz*)

3/1/0

Sei  $(a_n)$  eine Folge und  $a \in \mathbb{R}$ .

$(a_n)$  ist *konvergent gegen*  $a$

$\overline{\text{Df}}$  Für jedes  $\varepsilon > 0$  existiert ein  $n_0$ , so daß für jedes  $n \geq n_0$  gilt:  $|a_n - a| < \varepsilon$ .

In diesem Falle heißt  $a$  *Grenzwert* oder *Limes* von  $(a_n)$ .

**Bez.:**  $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  oder  $a = \lim a_n$  oder auch einfach  
 $a_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} a$  oder  $a_n \rightarrow a$ .

## Kapitel 5

### Reelle Funktionen

### 5.1 Operationen für Funktionen

**Definition.**  $f$  ist eine *reellwertige Funktion einer reellen Veränderlichen*

5/1/7

$\overline{\text{Df}}$   $f \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  und für jedes  $a \in \mathbb{R}$  existiert ein  $b \in \mathbb{R}$ , so daß  $(a, b) \in f$ .

**Bez.:**  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

### 5.2 Stetigkeit

**Definition.** (*Stetigkeit*)

5/2/1

$f$  ist an der Stelle  $a$  (oder kurz in  $a$ ) *stetig*

$\overline{\text{Df}}$   $a \in D(f)$  und für jedes  $\varepsilon > 0$  gibt es ein  $\delta > 0$ , so daß für jedes  $x \in D(f)$  gilt: Wenn  $|x - a| < \delta$ , so  $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$ .

(d.h., für jede  $\varepsilon$ -Umgebung von  $f(a)$  gibt es eine  $\delta$ -Umgebung von  $a$ , so daß  $f(U_\delta) \subseteq U_\varepsilon$ ).

**Satz 5.3** (*Folgenstetigkeit*)

5/2/14

Es sei  $a \in D(f)$ . Dann gilt:

$f$  ist in  $a$  stetig gdw für jede Folge  $(x_n)$  mit  $x_n \in D(f)$  gilt:

Wenn  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ , so  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(a)$ .