

Kapitel 5

Reelle Funktionen

5.2 Stetigkeit

Definition. (*Stetigkeit*)

5/2/1

f ist an der Stelle a (oder kurz in a) *stetig*

$\overline{\text{Df}}$ $a \in D(f)$ und für jedes $\varepsilon > 0$ gibt es ein $\delta > 0$, so daß für jedes $x \in D(f)$ gilt: Wenn $|x - a| < \delta$, so $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$.

(d.h., für jede ε -Umgebung von $f(a)$ gibt es eine δ -Umgebung von a , so daß $f(U_\delta) \subseteq U_\varepsilon$).

5/2/2

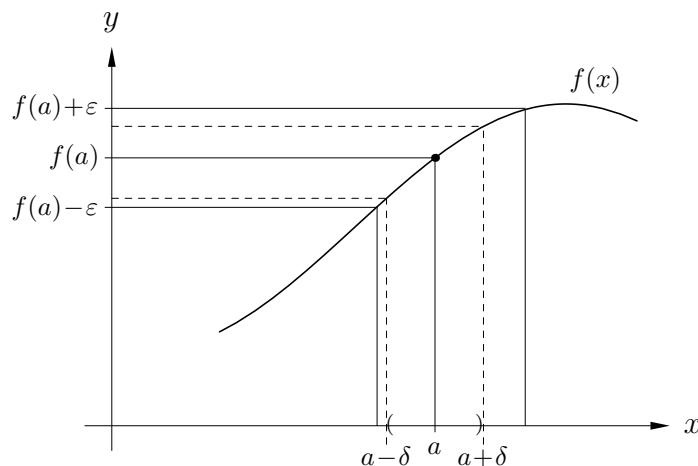


Abb. 5.7 Ist die Funktion f an der Stelle a stetig und $\varepsilon > 0$ gegeben, dann existiert ein $\delta > 0$, so daß durch f die δ -Umgebung von a in die zu $f(a)$ gehörende ε -Umgebung abgebildet wird, also $f(U_\delta) \subseteq U_\varepsilon$.

Offenbar leistet auch jedes kleinere $\delta > 0$ das Verlangte.

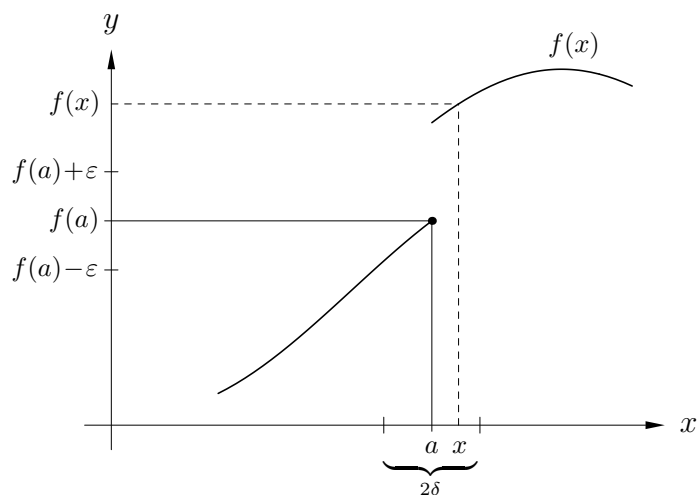


Abb. 5.8 Die Funktion f ist an der Stelle a nicht stetig. Denn ist $\varepsilon > 0$ wie in der Abbildung gegeben, dann existiert kein $\delta > 0$, so daß für alle $x \in U_\delta(a)$ stets gilt: $f(x) \in U_\varepsilon(f(a))$.