

Kapitel 5 Reelle Funktionen

5.1 Operationen für Funktionen

Definition. (*monoton, streng monoton*)

5/1/11

Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $M \subseteq \mathbb{R}$ und $M \subseteq D(f)$.

(1) f ist *monoton wachsend* (bzw. *monoton fallend*) in M

$\overline{\text{Df}}$ Für jedes $x_1, x_2 \in M$ gilt: Wenn $x_1 \leq x_2$, so $f(x_1) \leq f(x_2)$
(bzw. $f(x_1) \geq f(x_2)$).

(2) f ist *streng monoton wachsend* (bzw. *streng monoton fallend*) in M

$\overline{\text{Df}}$ Für jedes $x_1, x_2 \in M$ gilt: Wenn $x_1 < x_2$, so $f(x_1) < f(x_2)$
(bzw. $f(x_1) > f(x_2)$).

5.3 Elementare Funktionen

Definition. (*natürlicher Logarithmus*)

5/3/27

Die Umkehrfunktion von e^x heißt *natürlicher Logarithmus*.

Bez.: $\ln(x)$ oder $\ln x$

Definition. (*Logarithmus zur Basis a*)

5/3/37

Sei $a > 0$ und $a \neq 1$. Die Umkehrfunktion von a^x heißt *Logarithmus zur Basis a*.

Satz 5.15 Sei $a > 0$ und $a \neq 1$. Dann gilt:

5/3/40

$$(1) \log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}.$$

(2) $\log_a x$ ist stetig.

$$(3) \log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y.$$

(4) Für $0 < a < 1$ ist $\log_a x$ streng monoton fallend,
für $1 < a$ ist $\log_a x$ streng monoton wachsend.

$$(5) \text{ Für } b > 0 \text{ ist } \log_a b^x = x \cdot \log_a b \text{ und } \log_b x = \frac{\ln a}{\ln b} \cdot \log_a x.$$