

Kapitel 5 Reelle Funktionen

5.2 Stetigkeit

Beispiele.

1. $f(x) = c$, $D(f) = \mathbb{R}$. (vgl. Abb. 5.9)

5/2/4/1

Sei $a \in \mathbb{R}$ beliebig und $\varepsilon > 0$. Wir wählen $\delta = \varepsilon$. Dann gilt für alle x mit $|x - a| < \delta$: $|f(x) - f(a)| = |c - c| = 0 < \varepsilon$.

Konstante Funktionen sind also stetig.

2. $f(x) = x$, $D(f) = \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$. (vgl. Abb. 5.10)

5/2/4/2

Sei $a \in \mathbb{R}$ beliebig und $\varepsilon > 0$. Wir wählen wieder $\delta = \varepsilon$. Dann gilt für alle x mit $|x - a| < \delta$: $|f(x) - f(a)| = |x - a| < \delta = \varepsilon$.

Folglich ist auch die Identitätsfunktion stetig.

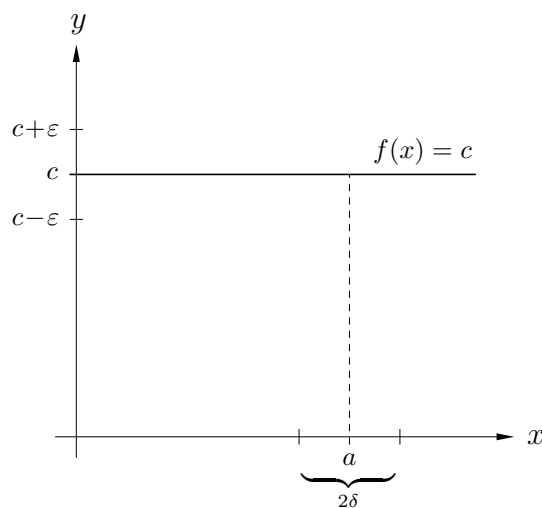


Abb. 5.9 – Konstante Funktion

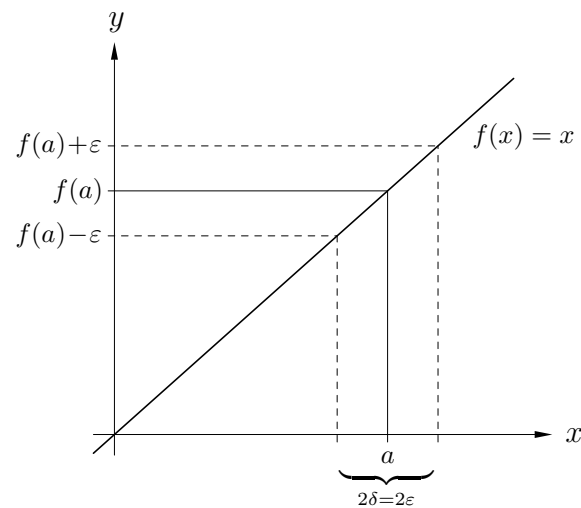


Abb. 5.10 – Identitätsfunktion

Satz 5.4 (Stetigkeit der rationalen Operationen)

5/2/17

Summe, Differenz, Produkt und Quotient von stetigen Funktionen sind stetig.

5.3 Elementare Funktionen

Satz 5.9 Die rationalen Funktionen sind stetig.

5/3/5

Beweis. Der Beweis folgt sofort aus der Stetigkeit der identischen Funktion, der konstanten Funktionen und der rationalen Operationen. \square

5/3/6