

## Kapitel 5

### Reelle Funktionen

#### 5.2 Stetigkeit

**Definition.** (*stetig in einer Menge*)

5/2/3

Sei  $M \subseteq \mathbb{R}$ .

(1)  $f$  ist *stetig in*  $M$

$\overline{\text{Df}}$   $f$  ist in jedem Punkt  $a \in M$  stetig.

(2)  $f$  ist *stetig*

$\overline{\text{Df}}$   $f$  ist im gesamten Definitionsbereich  $D(f)$  stetig.

**Korollar** (*Zwischenwertsatz*)

5/2/23

Ist  $f$  in  $[a, b]$  stetig,  $d \in \mathbb{R}$  beliebig und  $f(a) < d < f(b)$  oder  $f(a) > d > f(b)$ , dann existiert ein  $c \in (a, b)$ , so daß  $f(c) = d$ .

#### Übungsaufgaben

15. (a) Es sei  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2} + \sqrt[3]{3x + 4}$  mit  $f : [\sqrt{2}, \infty) \mapsto \mathbb{R}$ .  
Beweisen Sie, daß es ein  $a \in [\sqrt{2}, \infty)$  gibt, so daß  $f(a) = 7$ .

5/5/15

- (b) Beweisen Sie: Ist  $f : [a, b] \mapsto [a, b]$  stetig, dann gibt es ein  $x \in [a, b]$ , so daß  $f(x) = x$ .