

Kapitel 5 Reelle Funktionen

5.2 Stetigkeit

Definition. (*Grenzwert bei Funktionen*)

5/2/6

Es sei a ein Häufungspunkt von $D(f)$ (a muß nicht selbst zu $D(f)$ gehören).

f besitzt an der Stelle a den Grenzwert c

$\overline{\text{Def}}$ Für jedes $\varepsilon > 0$ gibt es ein $\delta > 0$, so daß für jedes $x \in D(f)$ mit $x \neq a$ gilt:

Wenn $|x - a| < \delta$, so $|f(x) - c| < \varepsilon$.

Bez.: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$ oder $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} c$

Satz 5.2 Sei $a \in D(f)$ und a ein Häufungspunkt von $D(f)$. Dann gilt:
 f ist in a stetig gdw $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existiert und $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

5/2/12

Übungsaufgaben

16. Unter Benutzung von $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ berechne man:

5/5/16

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x}, \quad a \neq 0, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 7x}{x^2}.$$

[Hinweis: $\cos 3x = \cos(5x - 2x)$, $\cos 7x = \cos(5x + 2x)$.]

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x}{x}.$$

[Hinweis: Man führe eine neue Variable $y = \arctan x$ ein.]