

Kapitel 5 Reelle Funktionen

5.2 Stetigkeit

Definition. (*stetig in einer Menge*)

5/2/3

Sei $M \subseteq \mathbb{R}$.

(1) f ist *stetig in* M

$\overline{\overline{\text{Df}}}$ f ist in jedem Punkt $a \in M$ stetig.

(2) f ist *stetig*

$\overline{\overline{\text{Df}}}$ f ist im gesamten Definitionsbereich $D(f)$ stetig.

Definition. (*Grenzwert bei Funktionen*)

5/2/6

Es sei a ein Häufungspunkt von $D(f)$ (a muß nicht selbst zu $D(f)$ gehören).

f besitzt an der Stelle a den *Grenzwert* c

$\overline{\overline{\text{Df}}}$ Für jedes $\varepsilon > 0$ gibt es ein $\delta > 0$, so daß für jedes $x \in D(f)$ mit $x \neq a$ gilt:

Wenn $|x - a| < \delta$, so $|f(x) - c| < \varepsilon$.

Bez.: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$ oder $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} c$

Übungsaufgaben

3. Es sei $x \in \mathbb{R}$. $[x]$ bezeichne diejenige ganze Zahl mit der Eigenschaft $x - 1 < [x] \leq x$.

5/5/3

Man bestimme das Stetigkeitsverhalten der folgenden Funktionen:

(a) $f(x) = [x]$ mit $D(f) = \mathbb{R}$.

(b) $f(x) = x - [x]$ mit $D(f) = \mathbb{R}$.