

Kapitel 5 Reelle Funktionen

5.2 Stetigkeit

Definition. (*Stetigkeit*)

5/2/1

f ist an der Stelle a (oder kurz in a) *stetig*
 $\iff a \in D(f)$ und für jedes $\varepsilon > 0$ gibt es ein $\delta > 0$, so daß für jedes $x \in D(f)$
 gilt: Wenn $|x - a| < \delta$, so $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$.
 (d.h., für jede ε -Umgebung von $f(a)$ gibt es eine δ -Umgebung von a , so daß $f(U_\delta) \subseteq U_\varepsilon$).

Satz 5.2 Sei $a \in D(f)$ und a ein Häufungspunkt von $D(f)$. Dann gilt:
 f ist in a stetig gdw $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existiert und $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

5/2/12

Satz 5.4 (*Stetigkeit der rationalen Operationen*)

5/2/17

Summe, Differenz, Produkt und Quotient von stetigen Funktionen sind stetig.

Übungsaufgaben

5. Die Funktion f sei in \mathbb{R} definiert durch:

5/5/5

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x}{x^2-3x+2}, & \text{falls } x \notin \mathbb{N}, \\ \frac{4x-6}{x+1}, & \text{falls } x \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Unstetigkeitsstellen von f .