

# Kapitel 1

## Grundbegriffe der Mengenlehre und der Logik

### Übungsaufgaben

3. Es sei  $M$  eine Menge. Für  $X \subseteq M$  sei stets  $C(X)$  das Komplement von  $X$  bez.  $M$ . Weiterhin sei  $S = \{X_i : i \in I\}$  ein System von Mengen mit  $X_i \subseteq M$ . Zeigen Sie:

$$(a) \quad C\left(\bigcup_{i \in I} X_i\right) = \bigcap_{i \in I} C(X_i),$$

$$(b) \quad C\left(\bigcap_{i \in I} X_i\right) = \bigcup_{i \in I} C(X_i).$$

## Kapitel 6

### Der $n$ -dimensionale euklidische Raum $\mathbb{R}^n$ ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

#### 6.1 Der Raum $\mathbb{R}^n$

**Satz 6.5** *Es sei  $M \subseteq \mathbb{M}$  und  $C(M)$  das Komplement von  $M$  bez.  $\mathbb{M}$ . Dann gilt:  $M$  ist offen gdw  $C(M)$  abgeschlossen ist.* 6/1/27

**Satz 6.6** *In metrischen Räumen gilt:* 6/1/29

- (1) *Die Vereinigung von beliebig vielen offenen Mengen ist offen.*
- (2) *Der Durchschnitt von endlich vielen offenen Mengen ist offen.*
- (3) *Die Vereinigung von endlich vielen abgeschlossenen Mengen ist abgeschlossen.*
- (4) *Der Durchschnitt von beliebig vielen abgeschlossenen Mengen ist abgeschlossen.*

**Beweis.** Übungsaufgabe!

6/1/30

Hinweise:

- (1). Sei  $I$  eine Indexmenge und sei  $M_i$  für jedes  $i \in I$  offen.  
z.z.:  $\bigcup_{i \in I} M_i$  ist offen.

- (2). Analog zu (1), aber  $I$  endlich.

- (3) und (4) folgen aus (1) und (2) mit Hilfe der *de Morganschen Formeln*:

$$C\left(\bigcap_{i \in I} M_i\right) = \bigcup_{i \in I} C(M_i) \quad \text{und} \quad C\left(\bigcup_{i \in I} M_i\right) = \bigcap_{i \in I} C(M_i) \quad (\text{vgl. Aufgabe 3, Kapitel 1}).$$

□