

Kapitel 6

Der n -dimensionale euklidische Raum \mathbb{R}^n ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

6.1 Der Raum \mathbb{R}^n

Definition. Der n -dimensionale Vektorraum \mathbb{R}^n zusammen mit dem euklidischen Abstand heißt *n -dimensionaler euklidischer Raum*. 6/1/3

Definition. (*Umgebung*) 6/1/16

Es sei $a \in \mathbb{M}$ und $U \subseteq \mathbb{M}$.

(1) U ist eine *offene Umgebung* von a

$\stackrel{\text{Df}}{=} U$ ist offen und $a \in U$.

(2) U ist eine *Umgebung* von a

$\stackrel{\text{Df}}{=} \text{Es gibt eine offene Menge } U' \subseteq \mathbb{M} \text{ mit } a \in U' \text{ und } U' \subseteq U.$

Bez.: $U := U(a)$

6.2 Funktionen mit mehreren Veränderlichen

Definition. (*Stetigkeit in metrischen Räumen*) 6/2/2

Sei $f : \mathbb{M}_1 \rightarrow \mathbb{M}_2$ und $a \in \mathbb{M}_1$.

f ist in a *stetig*

$\stackrel{\text{Df}}{=} a \in D(f)$ und für jedes $\varepsilon > 0$ gibt es ein $\delta > 0$, so daß für jedes $x \in D(f)$ gilt: Wenn $\varrho_1(x, a) < \delta$, so $\varrho_2(f(x), f(a)) < \varepsilon$.

(Andere Formulierung: Wenn $x \in U_\delta(a)$, so $f(x) \in U_\varepsilon(f(a))$.)

6.3 Eigenschaften stetiger Funktionen

Satz 6.13 Sei $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ und $\bar{a} \in \mathbb{R}$.

Ist f in \bar{a} stetig und $f(\bar{a}) > 0$ (bzw. $f(\bar{a}) < 0$), dann gibt es eine Umgebung $U(\bar{a})$, so daß $f(\bar{x}) > 0$ (bzw. $f(\bar{x}) < 0$) für alle $\bar{x} \in U(\bar{a}) \cap D(f)$.

6/3/11