

Kapitel 5

Reelle Funktionen

5.2 Stetigkeit

Korollar (*Zwischenwertsatz*)

5/2/23

Ist f in $[a, b]$ stetig, $d \in \mathbb{R}$ beliebig und $f(a) < d < f(b)$ oder $f(a) > d > f(b)$, dann existiert ein $c \in (a, b)$, so daß $f(c) = d$.

Kapitel 6

Der n -dimensionale euklidische Raum \mathbb{R}^n ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

6.3 Eigenschaften stetiger Funktionen

Satz 6.15 (*Satz von Weierstraß*)

6/3/21

Sei $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $M \subseteq \mathbb{R}^n$ und $M \neq \emptyset$. Dann gilt:

Ist f in M stetig und M beschränkt und abgeschlossen, dann existieren Minimum und Maximum von f in M (d.h., es gibt Elemente $\bar{a}, \bar{b} \in M$, so daß $f(\bar{a}) = \min f(M)$ und $f(\bar{b}) = \max f(M)$).

Korollar. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ und $a < b$.

6/3/23

Ist f in $[a, b]$ stetig, dann gilt:

- (1) f besitzt in $[a, b]$ ein Minimum und ein Maximum
(d.h., es existieren $a', b' \in [a, b]$, so daß $f(a') = \max f([a, b])$ und $f(b') = \min f([a, b])$).
- (2) $f([a, b]) = [\min_{x \in [a, b]} f(x), \max_{x \in [a, b]} f(x)]$.

Beweis. (1) folgt direkt aus dem vorhergehenden Satz.

6/3/24

(2). Minimum und Maximum von f sind Funktionswerte. Nach dem Zwischenwertsatz werden auch alle Zwischenwerte angenommen. \square