

## Kapitel 6

### Der $n$ -dimensionale euklidische Raum $\mathbb{R}^n$ ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

#### 6.1 Der Raum $\mathbb{R}^n$

**Definition.** Der  $n$ -dimensionale Vektorraum  $\mathbb{R}^n$  zusammen mit dem euklidischen Abstand heißt  *$n$ -dimensionaler euklidischer Raum*. 6/1/3

#### 6.2 Funktionen mit mehreren Veränderlichen

**Definition.** (*Stetigkeit in metrischen Räumen*) 6/2/2

Sei  $f : \mathbb{M}_1 \rightarrow \mathbb{M}_2$  und  $a \in \mathbb{M}_1$ .

$f$  ist in  $a$  stetig

$\overline{\text{Df}}$   $a \in D(f)$  und für jedes  $\varepsilon > 0$  gibt es ein  $\delta > 0$ , so daß für jedes  $x \in D(f)$  gilt: Wenn  $\varrho_1(x, a) < \delta$ , so  $\varrho_2(f(x), f(a)) < \varepsilon$ .

(Andere Formulierung: Wenn  $x \in U_\delta(a)$ , so  $f(x) \in U_\varepsilon(f(a))$ .)

#### 6.3 Eigenschaften stetiger Funktionen

**Definition.** (*bogenzusammenhängend*) 6/3/5

Sei  $M \subseteq \mathbb{R}^n$ .  $M$  ist *bogenzusammenhängend*

$\overline{\text{Df}}$  Zu je zwei Punkten  $\bar{a}, \bar{b} \in M$  gibt es eine Kurve  $\mathfrak{k}$ , die ganz zu  $M$  gehört und die Punkte  $\bar{a}, \bar{b}$  miteinander verbindet. (vgl. Abb. 6.11 a)

**Satz 6.12** (*Zwischenwertsatz*)

6/3/7

Es sei  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  und  $M \subseteq D(f)$ . Dann gilt:

Ist  $M$  bogenzusammenhängend und  $f$  stetig in  $M$  und sind  $\bar{a}, \bar{b} \in M$ , so daß  $f(\bar{a}) < d < f(\bar{b})$ , dann gibt es ein  $\bar{c} \in M$ , so daß  $f(\bar{c}) = d$ . (vgl. Abb. 6.12)

144