

Kapitel 6

Der n -dimensionale euklidische Raum \mathbb{R}^n ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

6.4 Klassifikation von Unstetigkeitsstellen

Definition. Sei a ein Häufungspunkt von $D(f)$, und sei f in a unstetig.

6/4/4

(1) a ist *Unstetigkeitsstelle erster Art*

$\overline{\text{Df}}$ a ist eine hebbare Unstetigkeitsstelle oder eine Sprungstelle.

(2) a ist *Unstetigkeitsstelle zweiter Art*

$\overline{\text{Df}}$ a ist **nicht** Unstetigkeitsstelle erster Art

(d.h., a ist Unendlichkeitsstelle oder rechtsseitiger bzw. linksseitiger Grenzwert existieren nicht).

Beispiele.

6/4/5

Die folgenden Abbildungen zeigen typische Beispiele für Unstetigkeitsstellen zweiter Art.

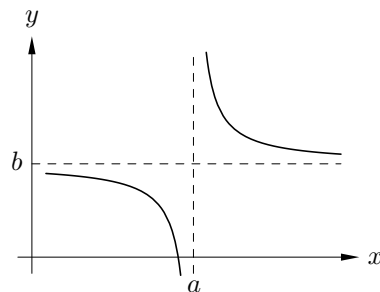


Abb. 6.19 a

Sei $f(x) = \frac{1}{x-a} + b$.

a ist Unstetigkeitsstelle zweiter Art.

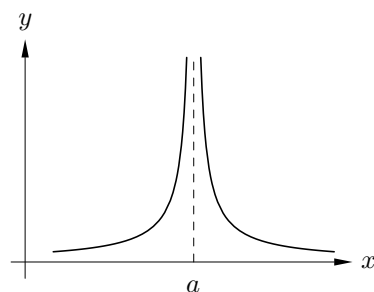


Abb. 6.19 b

Sei $f(x) = \frac{1}{(x-a)^2}$.

a ist Unstetigkeitsstelle zweiter Art.

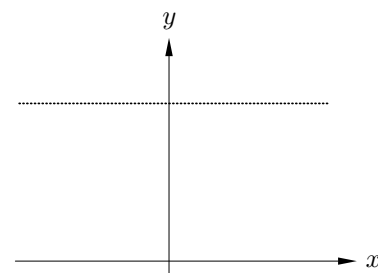


Abb. 6.19 c

$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{für } x \in \mathbb{Q}, \\ 0, & \text{für } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}. \end{cases}$

Jedes $a \in \mathbb{R}$ ist Unstetigkeitsstelle zweiter Art.

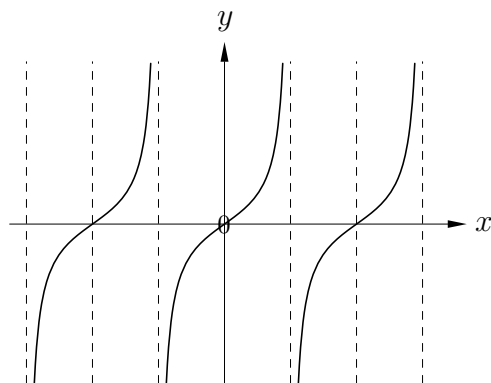


Abb. 6.19 d

Sei $f(x) = \tan x$.

An den Stellen $a = \frac{\pi}{2} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$, besitzt f Unstetigkeiten zweiter Art.

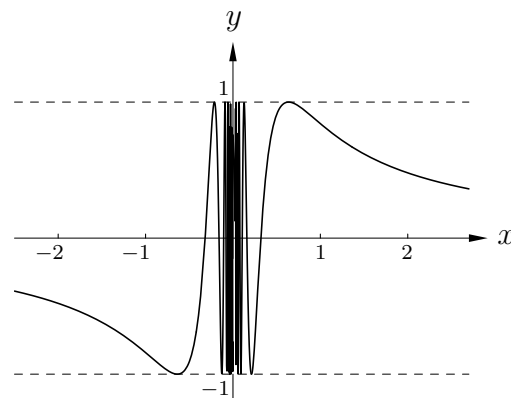


Abb. 6.19 e

Sei $f(x) = \sin \frac{1}{x}$.

An der Stelle $a = 0$ besitzt f eine Unstetigkeit zweiter Art.