

## Kapitel 6

### Der $n$ -dimensionale euklidische Raum $\mathbb{R}^n$ ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

#### 6.1 Der Raum $\mathbb{R}^n$

**Definition.** Der  $n$ -dimensionale Vektorraum  $\mathbb{R}^n$  zusammen mit dem euklidischen Abstand heißt  *$n$ -dimensionaler euklidischer Raum*. 6/1/3

**Definition.** (*Häufungspunkt*) 6/1/20

Es sei  $M \subseteq \mathbb{M}$  und  $a \in \mathbb{M}$ .

$a$  ist ein *Häufungspunkt* von  $M$

$\overline{\text{Df}}$  In jeder Umgebung von  $a$  liegt noch wenigstens ein von  $a$  verschiedener Punkt aus  $M$ .

**Satz 6.3** Es sei  $M \subseteq \mathbb{M}$ . Ist  $a$  ein Häufungspunkt von  $M$ , dann liegen in jeder Umgebung von  $a$  unendlich viele Punkte aus  $M$ . 6/1/21

**Satz 6.4** (*Satz von Bolzano-Weierstraß*) 6/1/24

Jede unendliche und beschränkte Menge von Elementen aus  $\mathbb{R}^n$  besitzt wenigstens einen Häufungspunkt.

#### 6.5 Einige wichtige Ergänzungen

**Korollar.** (*Überdeckungssatz von Heine-Borel*) 6/5/10

Es sei  $M \subseteq \mathbb{R}^n$ .

$M$  ist beschränkt und abgeschlossen  $\iff M$  ist kompakt.

#### Übungsaufgaben

15. Es sei  $A \subseteq \mathbb{R}^n$ . Zeigen Sie, daß  $A$  genau dann kompakt ist, wenn jede unendliche Teilmenge von  $A$  einen Häufungspunkt in  $A$  besitzt.

6/6/15
--------