

## Kapitel 7

### Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

#### 7.1 Ableitung

**Satz 7.4** Ist  $f$  in  $a$  differenzierbar und  $f(a) \neq 0$ , dann ist  $\frac{1}{f}$  in  $a$  differenzierbar, 7/1/19  
und es ist  $\left(\frac{1}{f}\right)'(a) = -\frac{f'(a)}{f^2(a)}$ .

**Korollar.** (Quotientenregel)

7/1/21

Sind  $f, g$  in  $a$  differenzierbar und ist  $g(a) \neq 0$ , dann ist  $\frac{f}{g}$  in  $a$  differenzierbar,  
und es ist  $\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \frac{f'(a) \cdot g(a) - f(a) \cdot g'(a)}{g^2(a)}$  (oder kurz  $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$ ).

**Beweis.** (mit Hilfe von Satz 7.4 und der Produktregel)

7/1/22

Es ist  $\frac{f}{g}(x) = f(x) \cdot \frac{1}{g(x)}$ , folglich gilt

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = f'(a) \cdot \left(\frac{1}{g(a)}\right) + f(a) \cdot \left(-\frac{g'(a)}{g^2(a)}\right) = \frac{f'(a) \cdot g(a) - f(a) \cdot g'(a)}{g^2(a)}. \quad \square$$