

Kapitel 7

Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.1 Ableitung

Definition. (*Differenzierbarkeit, Ableitung, Differentialquotient*)

7/1/3

f ist an der Stelle a (oder kurz in a) differenzierbar

$\overline{\text{Df}}$ f ist in einer Umgebung $U(a)$ definiert, und es existiert $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$.

Der Limes heißt (falls er existiert) *erste Ableitung* oder *Differentialquotient* von f in a .

Bez. $f'(a) = \frac{df}{dx}(a).$

Satz 7.5 (*Kettenregel*)

7/1/23

Ist g in a und f in $g(a)$ differenzierbar, dann ist $f \circ g$ in a differenzierbar, und es ist $(f \circ g)'(a) = f'(g(a)) \cdot g'(a)$ („äußere Ableitung mal innere Ableitung“).

Beispiele.

2. $f(x) = \cos x$. Dann gilt

7/1/27/2

$$\begin{aligned} f(x) &= \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin(g(x)), \quad \text{für } g(x) := x + \frac{\pi}{2} \implies \\ f'(x) &= (\cos x)' = \sin'(g(x)) \cdot \underbrace{g'(x)}_{=1} = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x. \end{aligned}$$