

Kapitel 7

Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.1 Ableitung

Definition. (*Differenzierbarkeit, Ableitung, Differentialquotient*)

7/1/3

f ist an der Stelle a (oder kurz in a) differenzierbar

$\stackrel{\text{Def}}{=} f$ ist in einer Umgebung $U(a)$ definiert, und es existiert $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$.

Der Limes heißt (falls er existiert) *erste Ableitung* oder *Differentialquotient* von f in a .

Bez. $f'(a) = \frac{df}{dx}(a).$

Beispiele.

2. $f(x) = x.$

7/1/8/2

Der Differenzenquotient an einer beliebigen Stelle $a \in \mathbb{R}$ ist

$$\varphi(x) = \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \frac{x - a}{x - a} = 1.$$

Folglich ist $f'(a) = 1$ für jedes $a \in \mathbb{R}$.