

Kapitel 7

Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.1 Ableitung

Definition. (höhere Ableitungen)

7/1/28

Sei f in $U(a)$ differenzierbar und f' die 1. Ableitung von f in $U(a)$.

f ist in a zweimal differenzierbar

$\overline{\text{Def}}$ f' ist in a differenzierbar;

$f''(a) := (f')'(a)$ heißt 2. Ableitung von f in a .

Induktiv definiert man n -mal differenzierbar und die n -te Ableitung von f in a .

Bez. $f^{(n)}(a) = \frac{d^n f}{dx^n}(a)$; $f^{(0)}(a) := f(a)$.

7.3 Anwendungen der Differentialrechnung; Grenzwerte für Quotienten von Funktionen

Satz 7.15 (Notwendige Bedingung für die Existenz eines lokalen Extremums)

7/3/21

Sei $a < b$, f in $I = (a, b)$ differenzierbar und $c \in I$.

Besitzt f in c ein lokales Extremum, dann ist $f'(c) = 0$.

Satz 7.18 Sei $a < b$, f in $I = (a, b)$ 2-mal differenzierbar und $c \in I$.

7/3/32

f besitzt in c einen Wendepunkt gdw f' in c ein lokales Extremum besitzt.

Satz 7.19 (Notwendige Bedingung für die Existenz eines Wendepunktes)

7/3/34

Sei $a < b$, f in $I = (a, b)$ zweimal differenzierbar und $c \in I$.

Besitzt f in c einen Wendepunkt, dann ist $f''(c) = 0$.

Beweis. Nach Voraussetzung ist f in I zweimal differenzierbar, folglich ist f' in I noch differenzierbar. Da f in c einen Wendepunkt besitzt, hat f' (nach Satz 7.18) in c ein lokales Extremum. Nach Satz 7.15 ist dann $f''(c) = 0$. \square

7/3/35