

Kapitel 7

Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.1 Ableitung

Definition. (*eine weitere Definition der Differenzierbarkeit*)

7/1/10

f ist in a differenzierbar

$\stackrel{\text{Def}}{=} f$ ist in einer Umgebung $U(a)$ definiert, und es gibt eine reelle Zahl b und

eine Funktion $o(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $\frac{o(x)}{|x-a|} \xrightarrow{x \rightarrow a} 0$, so daß für jedes $x \in U(a)$ gilt: $f(x) = f(a) + b(x-a) + o(x)$.

Übungsaufgaben

3. Man begründe die folgenden Näherungsformeln:

7/5/3

- (a) $\sin x \approx x$ falls $|x|$ „hinreichend klein“ ist,
- (b) $\cos x \approx \frac{\pi}{2} - x$ falls $|\frac{\pi}{2} - x|$ „hinreichend klein“ ist,
- (c) $\ln x \approx x - 1$ falls $|x - 1|$ „hinreichend klein“ ist,
- (d) $\sqrt[3]{1+x} \approx 1 + \frac{x}{3}$ falls $|x|$ „hinreichend klein“ ist.