

Kapitel 7

Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.1 Ableitung

Satz 7.2 (Summenregel)

7/1/15

Sind f, g in a differenzierbar, dann ist $f + g$ in a differenzierbar, und es ist $(f + g)'(a) = f'(a) + g'(a)$ (oder kurz $(f + g)' = f' + g'$).

Satz 7.3 (Produktregel)

7/1/17

Sind f, g in a differenzierbar, dann ist $f \cdot g$ in a differenzierbar, und es ist $(f \cdot g)'(a) = f'(a) \cdot g(a) + f(a) \cdot g'(a)$ (oder kurz $(f \cdot g)' = f'g + fg'$).

Korollar. (Quotientenregel)

7/1/21

Sind f, g in a differenzierbar und ist $g(a) \neq 0$, dann ist $\frac{f}{g}$ in a differenzierbar, und es ist $\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \frac{f'(a) \cdot g(a) - f(a) \cdot g'(a)}{g^2(a)}$ (oder kurz $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$).

Satz 7.5 (Kettenregel)

7/1/23

Ist g in a und f in $g(a)$ differenzierbar, dann ist $f \circ g$ in a differenzierbar, und es ist $(f \circ g)'(a) = f'(g(a)) \cdot g'(a)$ („äußere Ableitung mal innere Ableitung“).

Übungsaufgaben

6. Bilden Sie die Ableitung folgender Funktionen:

7/5/6

(a) $f(x) = \left(2x + x \cdot \sqrt[4]{x^3}\right)^2,$

(d) $f(x) = x^3 \cdot e^{3x} \cdot \ln(x^2),$

(b) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-\sqrt{x}}},$

(e) $f(x) = x^x,$

(f) $f(x) = x^{\sin x},$

(c) $f(x) = \sqrt{a \cdot \sin^2(xb) \cdot \cos^2 x},$

(g) $f(x) = (\sin x)^x.$