

Kapitel 7

Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.1 Ableitung

Definition. (*Differenzenquotient*)

7/1/1

Sei f in einer Umgebung $U(a)$ definiert.

Die Funktion $\varphi(x) := \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ mit $x \in U(a)$ und $x \neq a$ heißt *Differenzenquotient* von f in a .

Bez. Für $y = f(x)$ und $b = f(a)$ sei
 $\Delta y := f(x) - f(a) = y - b$ und $\Delta x := x - a := h$.

Definition. (*Differenzierbarkeit, Ableitung, Differentialquotient*)

7/1/3

f ist an der Stelle a (oder kurz in a) *differenzierbar*

$\overline{\text{Df}}$ f ist in einer Umgebung $U(a)$ definiert, und es existiert $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$.

Der Limes heißt (falls er existiert) *erste Ableitung* oder *Differentialquotient* von f in a .

Bez. $f'(a) = \frac{df}{dx}(a)$.

Definition. (*rechtsseitige bzw. linksseitige Differenzierbarkeit*)

7/1/5

f ist in a *rechtsseitig* bzw. *linksseitig differenzierbar*

$\overline{\text{Df}}$ Es gibt eine Umgebung $U(a)$, so daß f in $U(a) \cap \{x : x \geq a\}$ bzw. in $U(a) \cap \{x : x \leq a\}$ definiert ist, und es existiert

$\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x \geq a}} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ bzw. $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x \leq a}} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$.

Die Limites heißen (falls sie existieren) *rechtsseitige* bzw. *linksseitige Ableitung* der Funktion f .

Definition. (*Tangente*)

7/1/7

Es sei f in a differenzierbar.

Die durch die Gleichung $t(x) = f(a) + f'(a)(x - a)$ bestimmte Gerade heißt *Tangente* von f an der Stelle a (oder im Punkt $(a, f(a))$), und die entsprechende Gleichung heißt auch *Gleichung der Tangente*. (vgl. Abb. 7.1)

Schwerpunkte für die Wiederholung von Kapitel 7

- Definitionen: Differenzenquotient, 1. Ableitung (Differentialquotient), differenzierbar (linksseitig bzw. rechtsseitig), Tangente;

7/6/2
