

## Kapitel 8

### Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

#### 8.1 Differenzierbarkeit

**Definition.** (*Richtungsableitung*)

8/1/7

Es sei  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\bar{c} \in \mathbb{R}^n$  und  $f$  in einer Umgebung  $U(\bar{c})$  definiert.

Weiterhin sei  $\bar{r} \in \mathbb{R}^n$  und  $|\bar{r}| = 1$ .

$f$  ist an der Stelle  $\bar{c}$  in Richtung  $\bar{r}$  differenzierbar

$\overline{\text{Df}}$  Die Funktion  $\varphi(h) := f(\bar{c} + h \cdot \bar{r})$  ist (als Funktion der einen Veränderlichen  $h$ ) an der Stelle 0 differenzierbar;

$$\text{d.h., es existiert } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\varphi(h) - \varphi(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\bar{c} + h \cdot \bar{r}) - f(\bar{c})}{h}.$$

Der Limes heißt dann *Richtungsableitung* von  $f$  an der Stelle  $\bar{c}$  in Richtung  $\bar{r}$ .

$$\text{Bez.: } \frac{\partial f}{\partial \bar{r}}(\bar{c}) = f_{\bar{r}}(\bar{c}).$$

#### Übungsaufgaben

6. (a) Berechnen Sie die Richtungsableitung der Funktion  $f(x, y) = e^x \sin y$  im Punkt  $(a, b)$  in beiden Richtungen der Geraden  $y - b = (a - x) \cdot \tan b$ .
- (b) Berechnen Sie die Richtungsableitung der Funktion  $f(x, y) = x^2 - y^2$  in den Punkten  $(1, 1)$  und  $(-1, -1)$  in Richtung der Winkelhalbierenden des ersten Quadranten.

8/5/6