

## Kapitel 6

### Der $n$ -dimensionale euklidische Raum $\mathbb{R}^n$ ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

#### 6.3 Eigenschaften stetiger Funktionen

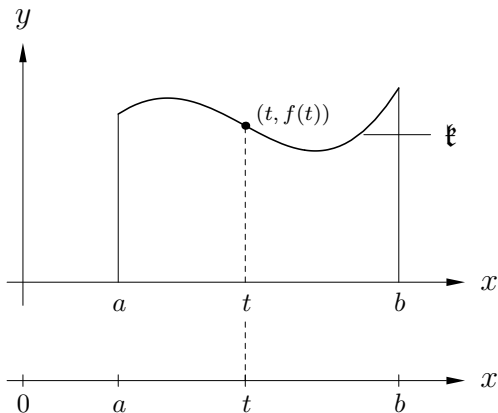


Abb. 6.9 Das Bild der Vektorfunktion  $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$  mit  $g(t) := (t, f(t))$  ist die Funktion  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ .  
Es ist  $\mathfrak{k} = \{g(t) : a \leq t \leq b\}$ .

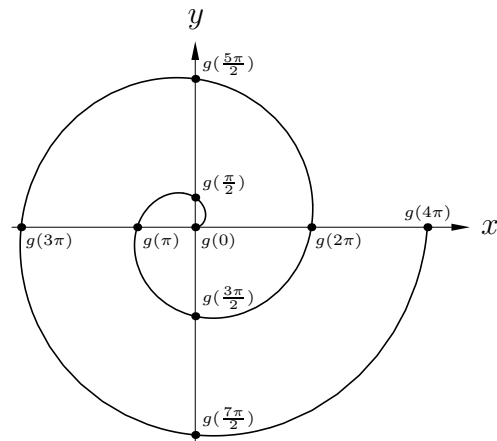


Abb. 6.10 Das Bild von  $g : [0, 4\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$  mit  $g(t) = (t \cos t, t \sin t)$  zeigt eine Spirale, die durch keine Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definiert ist.

## Kapitel 9

### Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

#### 9.8 Länge von Kurven

Zur Erinnerung:  $\mathfrak{k} = \{f(t) : a \leq t \leq b\}$  ist eine Kurve in  $\mathbb{R}^k$ , falls  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^k$  eine stetige Vektorfunktion ist.

**Beispiele.** Wir geben jetzt einige wichtige Beispiele von Kurven an (vgl. auch die Abbildungen 6.9 und 6.10 aus dem Kapitel 6).

9/8/2

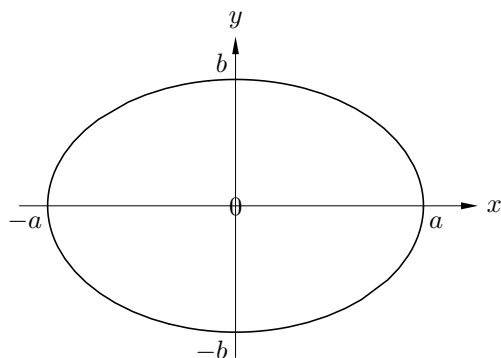


Abb. 9.20 Durch  $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$  mit  $f(t) = (a \cos t, b \sin t)$  ist eine Ellipse definiert. Für  $a = b$  entsteht ein Kreis.

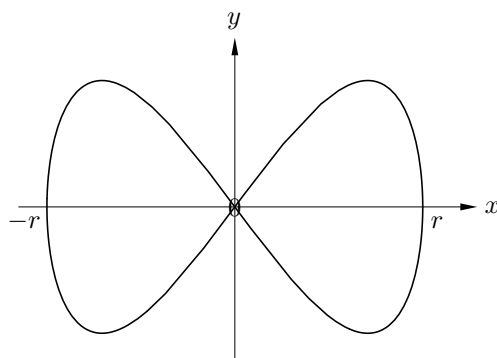


Abb. 9.21 Durch  $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$  mit  $f(t) = (r \cos t, r \sin t)$  ist eine Lemniskate definiert.

Die nächste Abbildung zeigt eine sog. *Schraubenlinie*.

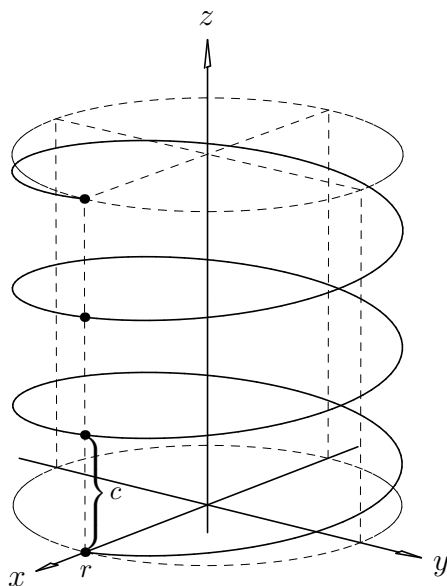


Abb. 9.22 Durch  $f := [0, 6\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$  mit  $f(t) = (r \cos t, r \sin t, ct)$  ist eine Schraubenlinie mit der (positiven) Ganghöhe  $c$  definiert (Rechtsgewinde). Wenn  $t$  das Intervall  $[2i\pi, 2(i+1)\pi]$  durchläuft ( $i = 0, 1, 2, 3, \dots$ ), dann durchläuft  $f(t)$  genau einen Gewindegang. In der Abbildung sind drei Gewindegänge dargestellt. Für  $c < 0$  entsteht eine „absteigende“ Schraubenlinie (Linksgewinde).