

Kapitel 4 Unendliche Reihen; Potenzreihen

4.5 Rechnen mit Potenzreihen

Satz 4.22 (*Summe von Potenzreihen*)

4/5/0

Es seien $\sum a_n(x-a)^n$ und $\sum b_n(x-a)^n$ Potenzreihen mit den Konvergenzradien ϱ_1 bzw. ϱ_2 und α, β seien reelle oder komplexe Zahlen. Dann gilt:

- (1) Die Potenzreihe $\sum (\alpha \cdot a_n + \beta \cdot b_n) \cdot (x-a)^n$ hat einen Konvergenzradius $\varrho \geq \min\{\varrho_1, \varrho_2\}$.
- (2) Für $|x-a| < \min\{\varrho_1, \varrho_2\}$ ist

$$\sum (\alpha \cdot a_n + \beta \cdot b_n) \cdot (x-a)^n = \alpha \cdot \sum a_n(x-a)^n + \beta \cdot \sum b_n(x-a)^n.$$

Satz 4.23 (*Produkt von Potenzreihen*)

4/5/2

Es seien $\sum a_n(x-a)^n$ und $\sum b_n(x-a)^n$ Potenzreihen mit den Konvergenzradien ϱ_1 bzw. ϱ_2 , und es sei $c_n = \sum_{i+j=n} a_i b_j$ ($= \sum_{\nu=0}^n a_\nu b_{n-\nu}$). Dann gilt:

- (1) Die Potenzreihe $\sum c_n(x-a)^n$ hat einen Konvergenzradius $\varrho \geq \min\{\varrho_1, \varrho_2\}$.
- (2) Für $|x-a| < \min\{\varrho_1, \varrho_2\}$ ist

$$\left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-a)^n \right) \cdot \left(\sum_{n=0}^{\infty} b_n(x-a)^n \right) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(x-a)^n.$$

Schwerpunkte für die Wiederholung von Kapitel 4

- Sätze 4.22, 4.23 (Summe bzw. Produkt von Potenzreihen);

4/7/18