

Kapitel 2 Reelle Zahlen

2.3 Mengen von reellen Zahlen

Definition. (*Schranke*)

2/3/1

Sei $M \subseteq \mathbb{R}$ und $M \neq \emptyset$.

- (1) $a \in \mathbb{R}$ ist eine *obere Schranke* von M
 $\overline{\text{Df}} \quad x \leq a \text{ für jedes } x \in M.$
- (2) $a \in \mathbb{R}$ ist eine *untere Schranke* von M
 $\overline{\text{Df}} \quad a \leq x \text{ für jedes } x \in M.$
- (3) M ist *nach oben* (bzw. *unten*) *beschränkt*
 $\overline{\text{Df}} \quad M$ besitzt eine obere (bzw. untere) Schranke.
- (4) M ist *beschränkt*
 $\overline{\text{Df}} \quad M$ ist nach oben und nach unten beschränkt.

Definition. (*Grenze*)

2/3/2

Sei $M \subseteq \mathbb{R}$ und $M \neq \emptyset$.

- (1) Sei M nach oben beschränkt. a ist *obere Grenze* von M
 $\overline{\text{Df}} \quad a$ ist die kleinste obere Schranke von M .
Bez.: $a = \sup M$ (*Supremum von M*).
- (2) Sei M nach unten beschränkt. a ist *untere Grenze* von M
 $\overline{\text{Df}} \quad a$ ist die größte untere Schranke von M .
Bez.: $a = \inf M$ (*Infimum von M*).

Definition. (*Maximum, Minimum*)

2/3/8

Sei $M \subseteq \mathbb{R}$ und $M \neq \emptyset$.

- (1) M besitzt ein *Maximum*
 $\overline{\text{Df}} \quad \text{Es existiert ein } a \in M, \text{ so daß } x \leq a \text{ für jedes } x \in M.$
Bez.: $a = \max M$ (a heißt Maximum von M).
- (2) M besitzt ein *Minimum*
 $\overline{\text{Df}} \quad \text{Es existiert ein } a \in M, \text{ so daß } a \leq x \text{ für jedes } x \in M.$
Bez.: $a = \min M$ (a heißt Minimum von M).

Folgerung.

2/3/9

- (1) Besitzt M ein Maximum (bzw. Minimum), so ist
 $\max M = \sup M$ (bzw. $\min M = \inf M$).
- (2) Gehören $\sup M$ (bzw. $\inf M$) zu M , dann gilt stets
 $\max M = \sup M$ (bzw. $\min M = \inf M$).

Schwerpunkte für die Wiederholung von Kapitel 2

- Definitionen: obere und untere Schranken und Grenzen; Supremum, Infimum, Maximum, Minimum;

2/5/7
