

Kapitel 9

Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

9.2 Das bestimmte (Riemann-) Integral

Satz 9.5 *Es sei f in $I = [a, b]$ definiert und beschränkt und $\mathfrak{z}, \mathfrak{z}', \mathfrak{z}_1, \mathfrak{z}_2$ seien beliebige Zerlegungen von I . Dann gilt:* 9/2/6

- (1) $\underline{S}_f(\mathfrak{z}) \leq \overline{S}_f(\mathfrak{z})$.
- (2) $(b - a) \cdot \inf_{x \in I} f(x) \leq \underline{S}_f(\mathfrak{z})$ und $\overline{S}_f(\mathfrak{z}) \leq (b - a) \cdot \sup_{x \in I} f(x)$.
- (3) Ist \mathfrak{z}' eine Verfeinerung von \mathfrak{z} , dann gilt $\underline{S}_f(\mathfrak{z}) \leq \underline{S}_f(\mathfrak{z}') \leq \overline{S}_f(\mathfrak{z}') \leq \overline{S}_f(\mathfrak{z})$.
- (4) Es ist stets $\underline{S}_f(\mathfrak{z}_1) \leq \overline{S}_f(\mathfrak{z}_2)$.

Bemerkung. Aus Satz 9.5 (4) folgt sofort, daß $\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b f(x) dx$.

9/2/11
