

## Kapitel 10

### Ausblicke auf die Integralrechnung für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

#### 10.1 Doppelintegrale

**Definition.** (*Integral über Rechteckbereichen*)

10/1/6

Sei  $f$  in  $D$  definiert und beschränkt.

$f$  ist in  $D$  integrierbar

$$\overline{\text{Df}} \quad \iint_D f(x, y) \, dx dy = \overline{\iint_D f(x, y) \, dx dy}.$$

Der gemeinsame Wert von Ober- und Unterintegral heißt dann *Riemann-Integral* oder *Doppelintegral* oder kurz *Integral* von  $f$  in  $D$ .

$$\text{Bez.:} \quad \iint_D f(x, y) \, dx dy := \int_D f(\bar{x}) \, d\bar{x}.$$

#### 10.2 Dreifachintegrale

**Definition.** (*Integral über Quadern*)

10/2/7

Es sei  $D$  ein dreidimensionaler Quader und  $f(x, y, z) := f(\bar{x})$  in  $D$  definiert und beschränkt.

$$f \text{ ist in } D \text{ integrierbar} \quad \overline{\text{Df}} \quad \int_D f(\bar{x}) \, d\bar{x} = \overline{\int_D f(\bar{x}) \, d\bar{x}}.$$

Der gemeinsame Wert von Unter- und Oberintegral heißt *Riemann-Integral* oder *Dreifachintegral* oder kurz *Integral* von  $f$  in  $D$ .

$$\text{Bez.} \quad \iiint_D f(x, y, z) \, dx dy dz := \int_D f(\bar{x}) \, d\bar{x}.$$

**Satz 10.7** (*dreifach iterierte Integrale über Quadern*)

10/2/8

Sei  $D = [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times [a_3, b_3]$  und  $f(x, y, z)$  in  $D$  integrierbar.

Ist  $f(x, y, z)$  für jedes fixierte  $x \in [a_1, b_1]$  (als Funktion von  $x, y$ ) in  $[a_2, b_2] \times [a_3, b_3] := D'$  integrierbar und  $F(x) := \iint_{D'} f(x, y, z) \, dy dz$  (als Funktion von  $x$ ) in  $[a_1, b_1]$  integrierbar,

$$\text{dann ist} \quad \iiint_D f(x, y, z) \, dx dy dz = \int_{a_1}^{b_1} \left( \iint_{D'} f(x, y, z) \, dy dz \right) dx.$$