

Kapitel 10

Ausblicke auf die Integralrechnung für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

10.2 Dreifachintegrale

Definition. (*Integral über Quadern*)

10/2/7

Es sei D ein dreidimensionaler Quader und $f(x, y, z) := f(\bar{x})$ in D definiert und beschränkt.

$$f \text{ ist in } D \text{ integrierbar} \stackrel{\text{Def}}{=} \int_D f(\bar{x}) d\bar{x} = \overline{\int_D f(\bar{x}) d\bar{x}}.$$

Der gemeinsame Wert von Unter- und Oberintegral heißt *Riemann-Integral* oder *Dreifachintegral* oder kurz *Integral* von f in D .

$$\text{Bez.} \quad \iiint_D f(x, y, z) dx dy dz := \int_D f(\bar{x}) d\bar{x}.$$

Definition. (*Dreifachintegral über einfachen Bereichen*)

10/2/18

Es sei B ein einfacher Bereich und D ein Quader, so daß $B \subseteq D$.

$f(x, y, z) : B \rightarrow \mathbb{R}$ sei in B stetig und f^* wie oben definiert.

f ist in B integrierbar $\stackrel{\text{Def}}{=} f^*$ ist in D integrierbar, und

$$\iiint_B f(x, y, z) dx dy dz \stackrel{\text{Def}}{=} \iiint_D f^*(x, y, z) dx dy dz.$$

$\iiint_B f(x, y, z) dx dy dz$ heißt dann *Dreifachintegral* (oder kurz *Integral*) von f über B .

Bemerkung. Völlig analog lassen sich auch *n-fache Integrale* definieren.