

## Kapitel 5 Reelle Funktionen

### 5.1 Operationen für Funktionen

**Definition.** (*monoton, streng monoton*)

5/1/11

Es sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $M \subseteq \mathbb{R}$  und  $M \subseteq D(f)$ .

(1)  $f$  ist *monoton wachsend* (bzw. *monoton fallend*) in  $M$

$\overline{\text{Df}}$  Für jedes  $x_1, x_2 \in M$  gilt: Wenn  $x_1 \leq x_2$ , so  $f(x_1) \leq f(x_2)$   
(bzw.  $f(x_1) \geq f(x_2)$ ).

(2)  $f$  ist *streng monoton wachsend* (bzw. *streng monoton fallend*) in  $M$

$\overline{\text{Df}}$  Für jedes  $x_1, x_2 \in M$  gilt: Wenn  $x_1 < x_2$ , so  $f(x_1) < f(x_2)$   
(bzw.  $f(x_1) > f(x_2)$ ).

## Kapitel 9 Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

### 9.2 Das bestimmte (Riemann-) Integral

**Definition.** (*Unterintegral, Oberintegral, Integral*)

9/2/9

Es sei  $f$  in  $I$  definiert und beschränkt.

Die obere Grenze (= Supremum) der Menge aller Untersummen heißt *Unterintegral* von  $f$  in  $I$ , und die untere Grenze (= Infimum) der Menge aller Obersummen heißt *Oberintegral* von  $f$  in  $I$ .

$$\text{Bez.: } \int_{\frac{a}{-}}^b f(x) dx \quad \text{bzw.} \quad \int_a^{\frac{b}{-}} f(x) dx \quad \text{oder auch} \\ \int_{\frac{a}{-}}^b f(x) dx \quad \text{bzw.} \quad \int_a^{\frac{b}{-}} f(x) dx.$$

Sind Unter- und Oberintegral von  $f$  in  $I$  gleich, dann heißt  $f$  in  $I$  (*bestimmt*) *integrierbar*, und der gemeinsame Wert von Unter- und Oberintegral heißt *bestimmtes* (*Riemann-*) *Integral* oder einfach *bestimmtes Integral* von  $f$  in  $I$ .

$$\text{Bez.: } \int_a^b f(x) dx \quad \text{oder auch} \quad \int_a^b f(x) dx$$

### 9.5 Mittelwertsätze der Integralrechnung

**Satz 9.22** (2. Mittelwertsatz der Integralrechnung)

9/5/21

Ist  $f$  in  $[a, b]$  monoton und differenzierbar und sind  $f'$ ,  $g$  in  $[a, b]$  stetig, dann gibt

$$\text{es ein } \xi \in [a, b], \text{ so daß } \int_a^b f(x)g(x) dx = f(a) \cdot \int_a^{\xi} g(x) dx + f(b) \cdot \int_{\xi}^b g(x) dx.$$