

## Kapitel 6

### Der $n$ -dimensionale euklidische Raum $\mathbb{R}^n$ ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

#### 6.2 Funktionen mit mehreren Veränderlichen

**Definition.** (*Grenzwert*)

6/2/8

Sei  $f : \mathbb{M}_1 \rightarrow \mathbb{M}_2$ ,  $a$  ein Häufungspunkt von  $D(f)$  und  $c \in \mathbb{M}_2$ .

$f$  besitzt in  $a$  den *Grenzwert*  $c$

$\overline{\text{Df}}$  Für jedes  $\varepsilon > 0$  gibt es ein  $\delta > 0$ , so daß für jedes  $x \in D(f)$  mit  $x \neq a$  gilt:

Wenn  $\varrho_1(x, a) < \delta$ , so  $\varrho_2(f(x), c) < \varepsilon$ .

**Bez.:**  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$  oder  $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} c$ .

## Kapitel 8

### Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

#### 8.1 Differenzierbarkeit

**Definition.** (*Differenzierbarkeit, Ableitung*)

8/1/1

Sei  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  und  $\bar{c} \in \mathbb{R}^n$ .

$f$  ist in  $\bar{c}$  *differenzierbar* (oder *total differenzierbar*)

$\overline{\text{Df}}$   $f$  ist in einer Umgebung  $U(\bar{c})$  definiert, und es existiert eine lineare Abbildung  $A : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  und eine Funktion  $o(\bar{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  mit der Eigenschaft

$\lim_{\bar{x} \rightarrow \bar{c}} \frac{o(\bar{x})}{|\bar{x} - \bar{c}|} = \bar{0}$ , so daß für jedes  $\bar{x} \in U(\bar{c})$  gilt:  $f(\bar{x}) = f(\bar{c}) + A \cdot (\bar{x} - \bar{c}) + o(\bar{x})$ .

Die Matrix  $A$  heißt dann *1. Ableitung* von  $f$  an der Stelle  $\bar{c}$ .

**Bez.:**  $A := f'(\bar{c})$ .