

## Kapitel 6

### Der $n$ -dimensionale euklidische Raum $\mathbb{R}^n$ ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

#### 6.3 Eigenschaften stetiger Funktionen

**Satz 6.18** Sei  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  und  $M \subseteq D(f)$ .

6/3/34

Existiert eine Konstante  $c \in \mathbb{R}$ , so daß für jedes  $\bar{x}, \bar{y} \in M$  gilt:

$|f(\bar{x}) - f(\bar{y})| \leq c \cdot |\bar{x} - \bar{y}|$ , dann ist  $f$  in  $M$  gleichmäßig stetig.

**Beweis.** Sei o.B.d.A.  $c > 0$  und  $|f(\bar{x}) - f(\bar{y})| \leq c \cdot |\bar{x} - \bar{y}|$  für alle  $\bar{x}, \bar{y} \in M$ .

6/3/35

Weiterhin sei  $\varepsilon > 0$  beliebig. Wir wählen  $\delta = \frac{\varepsilon}{c}$ .

Dann gilt für jedes  $\bar{x}, \bar{y} \in M$  mit  $|\bar{x} - \bar{y}| < \delta = \frac{\varepsilon}{c}$ :

$$|f(\bar{x}) - f(\bar{y})| \leq c \cdot |\bar{x} - \bar{y}| < c \cdot \delta = c \cdot \frac{\varepsilon}{c} = \varepsilon.$$

Folglich ist  $f$  in  $M$  gleichmäßig stetig.  $\square$