

Kapitel 1

Grundbegriffe der Mengenlehre und der Logik

Übungsaufgaben

15. Beweisen Sie, daß für alle natürlichen Zahlen n gilt:

1/1/15

$$(a) \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{1}{6} \cdot n(n+1)(2n+1),$$

$$(b) \sum_{i=1}^n i^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2,$$

$$(c) \sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

Kapitel 4

Unendliche Reihen; Potenzreihen

Definition. (*Reihe*)

4/0/1

Es sei $(a_n)_{n=0,1,2,\dots}$ eine Folge von reellen Zahlen.

Die Folge $(S_n)_{n=0,1,2,\dots}$ mit $S_n = \sum_{i=0}^n a_i$ heißt *Folge der Partialsummen* von (a_n) oder *unendliche Reihe* (kurz *Reihe*).

$$\text{Bez.: } (S_n) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i = \sum a_i$$

4.2 Assoziativität und Kommutativität bei Reihen

Definition. (*unbedingte Konvergenz*)

4/2/8

Es sei $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ eine Reihe und $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ eine Bijektion (oder auch *Permutation* von \mathbb{N}).

Dann ist $\sum_{n=0}^{\infty} a_{f(n)}$ durch *Umordnung* aus $\sum a_n$ entstanden.

$\sum a_n$ heißt *unbedingt konvergent*

$\overline{\text{Df}}$ Jede durch Umordnung aus $\sum a_n$ entstandene Reihe ist konvergent.