

Kapitel 4 Unendliche Reihen; Potenzreihen

4.1 Konvergenz von Reihen

Definition. (*Konvergenz von Reihen*)

4/1/0

$\sum_{i=0}^{\infty} a_i$ konvergiert (gegen a) $\stackrel{\text{Df}}{=} (S_n)$ konvergiert (gegen a).

$$\text{Bez.: } \lim S_n = a = \sum_{i=0}^{\infty} a_i.$$

a heißt dann *Wert* oder *Limes* der Reihe.

Korollar 1. $\sum a_i$ konvergiert gdw für jedes $\varepsilon > 0$ ein n_0 existiert, so daß für jedes $n \geq n_0$ und für jedes $k \geq 1$ gilt: $|a_{n+1} + \cdots + a_{n+k}| < \varepsilon$.

4/1/8

Satz 4.3 Eine absolut konvergente Reihe ist konvergent.

4/1/16

Beweis. Sei $\sum |a_i|$ konvergent und $\varepsilon > 0$.

4/1/17

Dann existiert nach Korollar 1 ein n_0 , so daß für jedes $n \geq n_0$ und $k \geq 1$: $||a_{n+1}| + \cdots + |a_{n+k}|| < \varepsilon$. Also

$$|a_{n+1} + \cdots + a_{n+k}| \leq |a_{n+1}| + \cdots + |a_{n+k}| < \varepsilon.$$

Folglich ist auch $\sum a_i$ konvergent. \square