

Kapitel 4 Unendliche Reihen; Potenzreihen

4.1 Konvergenz von Reihen

Definition. (Konvergenz von Reihen)

4/1/0

$\sum_{i=0}^{\infty} a_i$ konvergiert (gegen a) $\stackrel{\text{Df}}{=} (S_n)$ konvergiert (gegen a).

$$\text{Bez.: } \lim S_n = a = \sum_{i=0}^{\infty} a_i.$$

a heißt dann Wert oder Limes der Reihe.

Definition. (Divergenz von Reihen)

4/1/2

$\sum a_i$ ist divergent $\stackrel{\text{Df}}{=} \sum a_i$ ist nicht konvergent.

Satz 4.10 (Quotientenkriterium)

4/1/38

Es sei $a_i \neq 0$ für jedes i . Dann gilt:

- (1) Existiert ein q mit $0 < q < 1$, so daß für jedes i gilt: $\left| \frac{a_{i+1}}{a_i} \right| \leq q$,
dann ist $\sum a_i$ absolut konvergent.
- (2) Ist $\left| \frac{a_{i+1}}{a_i} \right| \geq 1$ für jedes i , dann ist $\sum a_i$ divergent.

Übungsaufgaben

7. Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten folgender Reihen:

4/6/7

- | | |
|--|--|
| <p>(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n},$</p> | <p>(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{\sqrt{n(n+1)}} \quad \text{mit } a > 1,$</p> |
| <p>(c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n^2}{(n+1)3^n},$</p> | <p>(d) $\sum_{n=1}^{\infty} n^k \cdot a^n \quad \text{mit } k \in \mathbb{N} \text{ und } 0 < a < 1.$</p> |