

Kapitel 1

Grundbegriffe der Mengenlehre und der Logik

Eine wesentliche Aufgabe der Mathematik besteht darin, die Gültigkeit oder Ungültigkeit von mathematischen Aussagen (Behauptungen, Theoremen, ...) zu überprüfen. In diesem Zusammenhang erhebt sich sofort die Frage nach dem *Wahrheitswert* (*wahr* := W bzw. *falsch* := F) einer zusammengesetzten Aussage in Abhängigkeit von den Wahrheitswerten ihrer einzelnen Bestandteile. Wir setzen hierbei das logische *Prinzip der Zweiwertigkeit* voraus, nämlich, daß jede mathematische Aussage entweder wahr oder falsch ist. In Form von Schemata (*Wahrheitstabelle*) kann der Wahrheitswert aussagenlogisch zusammengesetzter Aussagen dargestellt werden. Hierzu seien A und B beliebige Aussagen. Wir bilden aus A , B kompliziertere Aussagen, die mit Hilfe von nicht, und, oder, wenn – so, gdw zusammengesetzt sind. Dann gilt:

1/0/16

A	$\neg A$	A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
W	F	W	W	W	W	W	W
F	W	W	F	F	W	F	F
		F	W	F	W	W	F
		F	F	F	F	W	W

Die Implikation „Wenn A , so B “ ist immer schon dann wahr, wenn die *Voraussetzung* A falsch ist. (In solchen Implikationen nennt man A *Voraussetzung* und B *Behauptung*.) Dies führt gelegentlich zu Irritationen. Aber, in der Mathematik wird die Implikation genau so benutzt. An dem folgenden kleinen Beispiel soll dies erläutert werden.

Die Gültigkeitsuntersuchungen von Aussagen, die mit Hilfe von Quantoren gebildet sind, erweisen sich als wesentlich komplizierter.

1/0/18

Ist $A(x)$ ein Ausdruck (Eigenschaft), der etwas über die Elemente einer Menge M aussagt, dann wird festgelegt:

Die Aussage „Für jedes $x : A(x)$ “ ist wahr in M
 $\overline{\overline{\text{Df}}}$ Für ein beliebiges $a \in M$ trifft A auf a zu.

Die Aussage „Es gibt ein $x : A(x)$ “ ist wahr in M
 $\overline{\overline{\text{Df}}}$ In M existiert ein Element a , so daß A auf a zutrifft.

Schwerpunkte für die Wiederholung von Kapitel 1

- Gebrauch von: nicht, und, oder, wenn–so, gdw, für jedes, es gibt ein;

1/2/2