

Kapitel 5 Reelle Funktionen

5.1 Operationen für Funktionen

Definition. (*monoton, streng monoton*)

5/1/11

Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $M \subseteq \mathbb{R}$ und $M \subseteq D(f)$.

(1) f ist *monoton wachsend* (bzw. *monoton fallend*) in M

$\overline{\text{Df}}$ Für jedes $x_1, x_2 \in M$ gilt: Wenn $x_1 \leq x_2$, so $f(x_1) \leq f(x_2)$
(bzw. $f(x_1) \geq f(x_2)$).

(2) f ist *streng monoton wachsend* (bzw. *streng monoton fallend*) in M

$\overline{\text{Df}}$ Für jedes $x_1, x_2 \in M$ gilt: Wenn $x_1 < x_2$, so $f(x_1) < f(x_2)$
(bzw. $f(x_1) > f(x_2)$).

5.2 Stetigkeit

Korollar (*Zwischenwertsatz*)

5/2/23

Ist f in $[a, b]$ stetig, $d \in \mathbb{R}$ beliebig und $f(a) < d < f(b)$ oder $f(a) > d > f(b)$, dann existiert ein $c \in (a, b)$, so daß $f(c) = d$.

Satz 5.7 Ist f in $[a, b]$ injektiv und stetig, dann ist f in $[a, b]$ streng monoton.
($\implies f$ besitzt in $[a, b]$ eine Umkehrfunktion.)

5/2/25

Beweis. Übungsaufgabe!

5/2/26

(Hinweis: Man nehme an, daß f nicht streng monoton ist und benutze den Zwischenwertsatz!) \square