

Kapitel 6

Der n -dimensionale euklidische Raum \mathbb{R}^n ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

6.1 Der Raum \mathbb{R}^n

Definition. (*offene Menge*)

6/1/14

Es sei $M \subseteq \mathbb{M}$.

M heißt *offen* (in \mathbb{M})

$\overline{\text{Df}}$ Für jedes $a \in M$ gibt es ein $\varepsilon > 0$, so daß $U_\varepsilon(a) \subseteq M$.

(Mit jedem $a \in M$ gehört noch eine ganze ε -Umgebung zu M , vgl. auch Abb. 6.2.)

Definition. (*abgeschlossene Menge*)

6/1/26

Eine Menge $M \subseteq \mathbb{M}$ ist *abgeschlossen*

$\overline{\text{Df}}$ Jeder Häufungspunkt von M gehört zu M .

Definition. Sei $M \subseteq \mathbb{M}$ und $a \in \mathbb{M}$.

6/1/32

(1) a ist ein *innerer Punkt* von M

$\overline{\text{Df}}$ Es gibt eine Umgebung $U(a)$, die ganz zu M gehört.

(2) a ist ein *Randpunkt* von M

$\overline{\text{Df}}$ In jeder Umgebung von a existiert ein Punkt aus M und ein Punkt, der nicht zu M gehört.

(3) a ist ein *isolierter Punkt* von M

$\overline{\text{Df}}$ $a \in M$ und es gibt eine Umgebung von a , die außer a keinen weiteren Punkt aus M enthält.

6/1/33

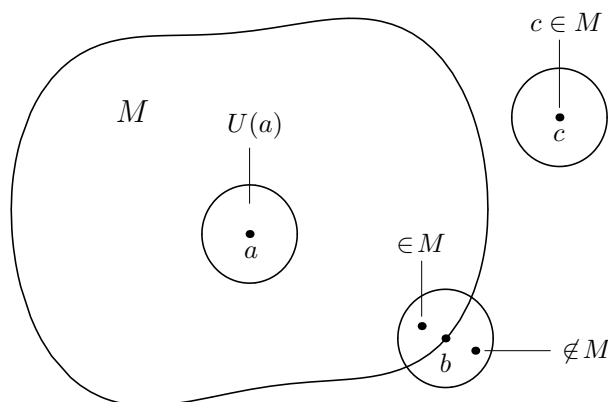


Abb. 6.5 a ist ein innerer Punkt von M , da mit a noch eine ganze Umgebung von a zu M gehört. b ist ein Randpunkt von M , denn in jeder Umgebung von b liegt ein Punkt aus M und ein Punkt, der nicht zu M gehört. c ist isolierter Punkt von M , denn $c \in M$, und es gibt eine Umgebung von c , in der kein weiterer Punkt aus M liegt.

Bemerkungen.

(1) Randpunkte von M müssen nicht zu M gehören.

(2) M ist offen gdw jeder Punkt aus M innerer Punkt von M ist.

- (3) M ist abgeschlossen gdw der *Rand* von M ($:=$ Menge aller Randpunkte von M) zu M gehört.
- (4) Nicht jede Menge ist offen oder abgeschlossen.
- (5) Es gibt Mengen, die offen und abgeschlossen sind.