

## Kapitel 6

### Der $n$ -dimensionale euklidische Raum $\mathbb{R}^n$ ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

#### 6.1 Der Raum $\mathbb{R}^n$

**Definition.** (*euklidischer Abstand*)

6/1/1

Seien  $\bar{a}, \bar{b} \in \mathbb{R}^n$ .

$|\bar{a} - \bar{b}| \stackrel{\text{Def}}{=} \sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i - b_i)^2}$  heißt *euklidischer Abstand* zwischen  $\bar{a}$  und  $\bar{b}$ .

**Bemerkung.** Unser Ziel ist es, in euklidischen Räumen Analysis zu betreiben (tiefergehende analytische Betrachtungen erfordern noch allgemeinere Räume, dies würde aber den Rahmen dieser Darstellung sprengen). Unabhängig von den betrachteten Räumen benötigt man bei einer ganzen Reihe von Grundbegriffen der Analysis weder Zahlen noch Tupel von Zahlen, oft reicht eine Menge ( $:=$  Punktmenge) und eine Abstandsdefinition zwischen den Punkten der Menge aus, um grundlegende Begriffe definieren zu können. Wenn dann in den konkreten Räumen, die wir betrachten (z.B.  $\mathbb{R}^n$  für die verschiedenen  $n$ ), ein Abstand definiert ist, so sind in diesen Räumen schon alle Begriffe gegeben, die allein mit dem Abstand definiert werden können. Die Konvergenz von Folgen ist z.B. ein solcher Begriff, der sich allein auf den Abstand zurückführen läßt. Um nicht in jedem euklidischen Raum die Konvergenz und andere Definitionen neu formulieren zu müssen, betrachten wir sog. *metrische Räume* (das sind Punktmengen mit einem Abstand).

6/1/9