

Kapitel 7

Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.3 Anwendungen der Differentialrechnung; Grenzwerte für Quotienten von Funktionen

Satz 7.17 Sei $a < b$, f in $I = (a, b)$ $2n$ -mal differenzierbar und $c \in I$.
Ist $f'(c) = \dots = f^{(2n-1)}(c) = 0$ und $f^{(2n)}(c) > 0$ (bzw. $f^{(2n)}(c) < 0$),
dann besitzt f in c ein lokales Minimum (bzw. ein lokales Maximum).

7/3/26

Beispiel. Es sei $f(x) = x^4$

7/3/28

Offensichtlich ist $f'(0) = f''(0) = f'''(0) = 0$ und $f^{(4)}(0) > 0$. Damit ist eine hinreichende Bedingung für das Vorliegen eines lokalen Minimums an der Stelle $x = 0$ erfüllt. Das lokale Minimum selbst hat den Wert $f(0) = 0$. (vgl. Abb. 7.12)

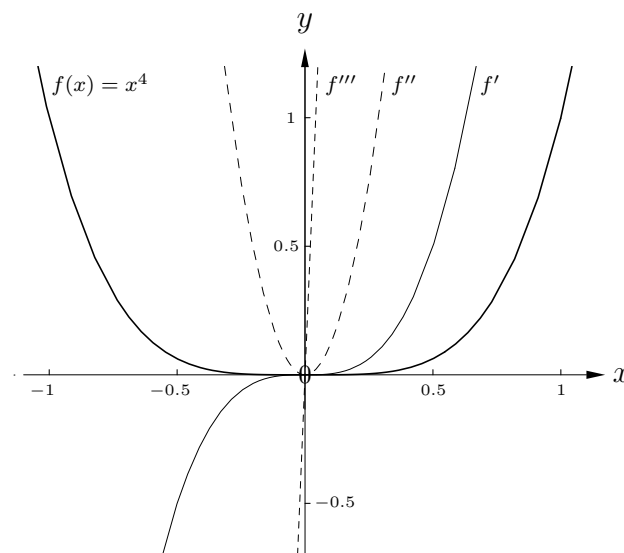


Abb. 7.12 Die Abbildung zeigt die Funktion $f(x) = x^4$ mit den Ableitungen f' , f'' , f''' . Die Lösungen der Gleichung $f'(x) = 0$ sind die kritischen Punkte. $x = 0$ ist der einzige kritische Punkt, den man weiter zu untersuchen hat.

Wegen $f''(0) = f'''(0) = 0$ und $f^{(4)}(0) = 24 > 0$ besitzt $f(x)$ an der Stelle $x = 0$ ein lokales Minimum.