

Kapitel 5 Reelle Funktionen

5.3 Elementare Funktionen

Definition. (*Logarithmus zur Basis a*)

5/3/37

Sei $a > 0$ und $a \neq 1$. Die Umkehrfunktion von a^x heißt *Logarithmus zur Basis a* .

Satz 5.15 Sei $a > 0$ und $a \neq 1$. Dann gilt:

5/3/40

- (1) $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$.
- (2) $\log_a x$ ist stetig.
- (3) $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$.
- (4) Für $0 < a < 1$ ist $\log_a x$ streng monoton fallend,
für $1 < a$ ist $\log_a x$ streng monoton wachsend.
- (5) Für $b > 0$ ist $\log_a b^x = x \cdot \log_a b$ und $\log_b x = \frac{\ln a}{\ln b} \cdot \log_a x$.

Beweis. (1). Sei $y = \log_a x$. Dann ist $a^y = x$ und somit $\underbrace{\ln a^y}_{y \cdot \ln a} = \ln x \implies y = \frac{\ln x}{\ln a}$. 5/3/41

Hieraus folgen leicht die restlichen Behauptungen. □