

Kapitel 6

Der n -dimensionale euklidische Raum \mathbb{R}^n ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

6.5 Einige wichtige Ergänzungen

Definition. (*Überdeckung*)

6/5/1

Es sei (\mathbb{M}, ϱ) ein metrischer Raum und $M \subseteq \mathbb{M}$.

Weiterhin sei \mathcal{U} ein System von (offenen) Teilmengen von \mathbb{M} (also $\mathcal{U} \subseteq \text{Pot}(\mathbb{M})$).

(1) \mathcal{U} ist eine (*offene*) *Überdeckung* von M

$\overline{\text{Df}}$ Zu jedem $a \in M$ existiert ein $U \in \mathcal{U}$, so daß $a \in U$.

(Die Mengen aus \mathcal{U} überdecken die Menge M).

(2) \mathcal{U} ist eine *endliche Überdeckung* von M

$\overline{\text{Df}}$ \mathcal{U} ist eine Überdeckung von M , und \mathcal{U} enthält nur endlich viele Mengen.

Übungsaufgaben

16. Es sei $M = \{x : 0 \leq x \leq 1\} \subseteq \mathbb{R}$ und \mathcal{U} ein System von Teilmengen von \mathbb{R} , so daß

6/6/16

$$\mathcal{U} = \{U(x) : U(x) = (\frac{x}{2}, \frac{3x}{2}) \text{ und } 0 < x < 1\} \cup \{U_\varepsilon(0)\},$$

wobei $\varepsilon > 0$ beliebig.

- (a) Zeigen Sie, daß \mathcal{U} eine Überdeckung von M ist und wählen Sie ein endliches Teilsystem \mathcal{U}_0 von \mathcal{U} aus, durch das M bereits überdeckt wird.
- (b) Zeigen Sie, daß $\mathcal{U}' = \{U(x) : U(x) = (\frac{x}{2}, \frac{3x}{2}) \text{ und } 0 < x < 1\}$ eine Überdeckung von $M' = \{x : 0 < x < 1\}$ ist und daß es kein endliches Teilsystem $\mathcal{U}'_0 \subseteq \mathcal{U}'$ gibt, so daß M' durch \mathcal{U}'_0 überdeckt wird.