

## Kapitel 4

### Unendliche Reihen; Potenzreihen

#### 4.1 Konvergenz von Reihen

**Bemerkung.**  $\sum_{i=0}^{\infty} a_i$  ist doppeldeutig, es bezeichnet die Folge der Partialsummen von  $(a_n)$  und den Wert der Reihe, falls sie konvergiert. Dies wird im praktischen Umgang aber nicht zu Verwechslungen führen. 4/1/1

**Definition.** (*absolute Konvergenz*) 4/1/15  
 $\sum a_i$  ist *absolut konvergent*  $\stackrel{\text{Df}}{=} \sum |a_i|$  ist konvergent.

**Satz 4.8** (*Majorantenkriterium*) 4/1/32  
Es seien  $\sum a_i, \sum b_i$  Reihen mit nicht-negativen Gliedern, und es sei  $\sum b_i$  eine Majorante von  $\sum a_i$ . Dann gilt:

- (1) Ist  $\sum b_i$  konvergent, so ist auch  $\sum a_i$  konvergent.
- (2) Ist  $\sum a_i$  divergent, so ist auch  $\sum b_i$  divergent.

#### 4.4 Potenzreihen

**Definition.** (*Konvergenzradius*) 4/4/5

Es sei  $\varrho$  eine nicht-negative reelle Zahl oder  $\varrho = \infty$ .

$\varrho$  heißt *Konvergenzradius* von  $\sum a_n(x-a)^n$

$\stackrel{\text{Df}}{=} \text{Für jedes } x \text{ gilt: Wenn } |x-a| < \varrho, \text{ so ist } \sum a_n(x-a)^n \text{ absolut konvergent,}$   
und wenn  $|x-a| > \varrho$ , so ist  $\sum a_n(x-a)^n$  divergent.

(Hierbei soll immer gelten:  $\{x : |x-a| < \infty\} = \mathbb{R}$  bzw.  $= \mathbb{C}$  und  $\{x : |x-a| > \infty\} = \emptyset$ .)

## Kapitel 5

### Reelle Funktionen

#### 5.4 Stetigkeit der Grenzfunktion bei Folgen und Reihen von Funktionen

**Beweis.** Sei  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-a)^n$  eine Potenzreihe mit dem Konvergenzradius  $\varrho > 0$  und 5/4/9

$\varrho_1 < \varrho$ . Für  $|x-a| \leq \varrho_1 < \varrho$  ist  $\sum a_n(x-a)^n$  absolut konvergent. Folglich ist

$\sum |a_n| \varrho_1^n$  konvergent. Mit Hilfe des Majorantenkriteriums für Funktionenreihen erhält man sofort die Behauptung.  $\square$