

Kapitel 4

Unendliche Reihen; Potenzreihen

4.2 Assoziativität und Kommutativität bei Reihen

Definition. (*Cauchyprodukt*)

4/2/16

$\sum_{n=0}^{\infty} c_n$ ist das *Cauchyprodukt* der Reihen $\sum_{i=0}^{\infty} a_i$ und $\sum_{j=0}^{\infty} b_j$
 $\stackrel{\text{Df}}{=} c_n = \sum_{i+j=n} a_i b_j = \sum_{i=0}^n a_i b_{n-i}.$

4.5 Rechnen mit Potenzreihen

Satz 4.23 (*Produkt von Potenzreihen*)

4/5/2

Es seien $\sum a_n(x-a)^n$ und $\sum b_n(x-a)^n$ Potenzreihen mit den Konvergenzradien ϱ_1 bzw. ϱ_2 , und es sei $c_n = \sum_{i+j=n} a_i b_j$ ($= \sum_{\nu=0}^n a_\nu b_{n-\nu}$). Dann gilt:

(1) Die Potenzreihe $\sum c_n(x-a)^n$ hat einen Konvergenzradius $\varrho \geq \min\{\varrho_1, \varrho_2\}$.

(2) Für $|x-a| < \min\{\varrho_1, \varrho_2\}$ ist

$$\left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-a)^n \right) \cdot \left(\sum_{n=0}^{\infty} b_n(x-a)^n \right) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(x-a)^n.$$

Kapitel 5

Reelle Funktionen

5.3 Elementare Funktionen

Definition. (\cos , \sin)

5/3/45

$$\cos x \stackrel{\text{Df}}{=} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!},$$

$$\sin x \stackrel{\text{Df}}{=} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}.$$

Übungsaufgaben

19. Beweisen Sie:

5/5/19

(a) $\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y.$

(b) $\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y.$