

Kapitel 2 Reelle Zahlen

2.3 Mengen von reellen Zahlen

Definition. (*Schranke*)

2/3/1

Sei $M \subseteq \mathbb{R}$ und $M \neq \emptyset$.

- (1) $a \in \mathbb{R}$ ist eine *obere Schranke* von M
 $\overline{\text{Df}} \quad x \leq a \text{ für jedes } x \in M.$
- (2) $a \in \mathbb{R}$ ist eine *untere Schranke* von M
 $\overline{\text{Df}} \quad a \leq x \text{ für jedes } x \in M.$
- (3) M ist *nach oben* (bzw. *unten*) *beschränkt*
 $\overline{\text{Df}} \quad M$ besitzt eine obere (bzw. untere) Schranke.
- (4) M ist *beschränkt*
 $\overline{\text{Df}} \quad M$ ist nach oben und nach unten beschränkt.

Definition. (*Grenze*)

2/3/2

Sei $M \subseteq \mathbb{R}$ und $M \neq \emptyset$.

- (1) Sei M nach oben beschränkt. a ist *obere Grenze* von M
 $\overline{\text{Df}} \quad a$ ist die kleinste obere Schranke von M .
Bez.: $a = \sup M$ (*Supremum von M*).
- (2) Sei M nach unten beschränkt. a ist *untere Grenze* von M
 $\overline{\text{Df}} \quad a$ ist die größte untere Schranke von M .
Bez.: $a = \inf M$ (*Infimum von M*).

Satz 2.8

2/3/4

- (1) Jede nicht leere und nach oben beschränkte Menge von reellen Zahlen besitzt eine obere Grenze.
- (2) Jede nicht leere und nach unten beschränkte Menge von reellen Zahlen besitzt eine untere Grenze.
- (3) Jede nicht leere und beschränkte Menge von reellen Zahlen besitzt eine obere und eine untere Grenze.