

Kapitel 10

Ausblicke auf die Integralrechnung für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

10.2 Dreifachintegrale

Bemerkung.

10/2/6

Der Einfachheit halber schreiben wir hierfür auch $\int_{\underline{D}} f(\bar{x}) d\bar{x}$ bzw. $\int_{\overline{D}} f(\bar{x}) d\bar{x}$.

Nach Definition des Unter- und Oberintegrals gilt offenbar $\int_{\underline{D}} f(\bar{x}) d\bar{x} \leq \int_{\overline{D}} f(\bar{x}) d\bar{x}$.

Definition. (*Integral über Quadern*)

10/2/7

Es sei D ein dreidimensionaler Quader und $f(x, y, z) := f(\bar{x})$ in D definiert und beschränkt.

f ist in D integrierbar $\stackrel{\text{Def}}{=} \int_{\underline{D}} f(\bar{x}) d\bar{x} = \int_{\overline{D}} f(\bar{x}) d\bar{x}$.

Der gemeinsame Wert von Unter- und Oberintegral heißt *Riemann-Integral* oder *Dreifachintegral* oder kurz *Integral* von f in D .

$$\textbf{Bez.} \quad \iiint_D f(x, y, z) dx dy dz := \int_D f(\bar{x}) d\bar{x}.$$