

Kapitel 2 Reelle Zahlen

2.2 Rechnen mit reellen Zahlen

Definition. Seien $a, b \in \mathbb{R}$.

2/2/19

$$|a| \stackrel{\text{Df}}{=} \begin{cases} a, & \text{falls } a \geq 0, \\ -a, & \text{falls } a < 0. \end{cases}$$

Bez.: $|a|$ heißt *Betrag* oder *Absolutbetrag* von a , und
 $|a - b|$ heißt *Abstand* zwischen a und b .

Satz 2.6 Für alle $a, b \in \mathbb{R}$ gilt:

2/2/20

- (1) $|a| \geq 0$, und $|a| = 0 \iff a = 0$.
- (2) $|a| = |-a|$. ($\implies |a - b| = |b - a|$.)
- (3) $-a \leq |a|$ und $a \leq |a|$. (\implies wenn $-a \leq |b|$ und $a \leq |b|$, so $|a| \leq |b|$.)
- (4) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$. ($\implies |a^n| = |a|^n$.)
- (5) $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$, falls $b \neq 0$.

Beweis. Die Eigenschaften lassen sich leicht auf die Definition zurückführen; ihr Beweis bleibt als Übung. \square

2/2/21