

Kapitel 4 Unendliche Reihen; Potenzreihen

4.1 Konvergenz von Reihen

Definition. (Konvergenz von Reihen)

4/1/0

$\sum_{i=0}^{\infty} a_i$ konvergiert (gegen a) $\stackrel{\text{Df}}{=} (S_n)$ konvergiert (gegen a).

$$\text{Bez.: } \lim S_n = a = \sum_{i=0}^{\infty} a_i.$$

a heißt dann Wert oder Limes der Reihe.

Satz 4.10 (Quotientenkriterium)

4/1/38

Es sei $a_i \neq 0$ für jedes i . Dann gilt:

(1) Existiert ein q mit $0 < q < 1$, so daß für jedes i gilt: $\left| \frac{a_{i+1}}{a_i} \right| \leq q$,
dann ist $\sum a_i$ absolut konvergent.

(2) Ist $\left| \frac{a_{i+1}}{a_i} \right| \geq 1$ für jedes i , dann ist $\sum a_i$ divergent.

4.4 Potenzreihen

Definition. (Potenzreihe)

4/4/1

Es sei (a_n) eine Folge von (reellen oder komplexen) Zahlen und a, x seien ebenfalls reell oder komplex.

Dann heißt $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-a)^n$ Potenzreihe in $x-a$ mit den Koeffizienten a_n .

Beispiele.

1. Es sei $a_n = \frac{1}{n!}$, $a = 0$, also $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-a)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$.

4/4/3/1

Diese Reihe konvergiert (nach dem Quotientenkriterium) für alle reellen oder komplexen x .