

## Kapitel 2

### Reelle Zahlen

#### 2.3 Mengen von reellen Zahlen

**Definition.** (*Umgebung*)

2/3/10

Es sei  $a \in \mathbb{R}$ ,  $U \subseteq \mathbb{R}$  und  $\varepsilon > 0$ .

(1)  $U$  heißt  $\varepsilon$ -Umgebung von  $a$

$$\stackrel{\text{Df}}{=} U = \{x \in \mathbb{R} : |x - a| < \varepsilon\},$$

(d.h.,  $U = \{x \in \mathbb{R} : a - \varepsilon < x < a + \varepsilon\} = (a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ ).

$$\text{Bez.: } U = U_\varepsilon(a).$$

(2)  $U$  ist eine Umgebung von  $a$

$$\stackrel{\text{Df}}{=} \text{Es gibt ein } \varepsilon > 0, \text{ so da\ss } U_\varepsilon(a) \subseteq U.$$

$$\text{Bez.: } U(a).$$

**Definition.** (*Häufungspunkt*)

2/3/11

Sei  $M \subseteq \mathbb{R}$  und  $a \in \mathbb{R}$ .

$a$  ist ein Häufungspunkt von  $M$

$$\stackrel{\text{Df}}{=} \text{In jeder } \varepsilon\text{-Umgebung von } a \text{ liegt wenigstens ein von } a \text{ verschiedenes Element}$$

(:= Punkt) aus  $M$ ,

(d.h., für jedes  $\varepsilon > 0$  existiert ein  $x \in M$  mit  $x \neq a$  und  $x \in U_\varepsilon(a)$ ).

**Satz 2.9** Ist  $a$  ein Häufungspunkt von  $M$ , dann liegen in jeder  $\varepsilon$ -Umgebung von  $a$  unendlich viele Elemente aus  $M$ .

2/3/12