

Kapitel 2 Reelle Zahlen

2.2 Rechnen mit reellen Zahlen

Satz 2.6 Für alle $a, b \in \mathbb{R}$ gilt:

2/2/20

- (1) $|a| \geq 0$, und $|a| = 0 \iff a = 0$.
- (2) $|a| = |-a|$. ($\implies |a - b| = |b - a|$.)
- (3) $-a \leq |a|$ und $a \leq |a|$. (\implies wenn $-a \leq |b|$ und $a \leq |b|$, so $|a| \leq |b|$.)
- (4) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$. ($\implies |a^n| = |a|^n$.)
- (5) $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$, falls $b \neq 0$.

Kapitel 3 Folgen von reellen Zahlen

3.1 Konvergenz von Folgen

Satz 3.10 (Eigenschaften konvergenter Folgen)

3/1/43

Es seien $(a_n), (b_n)$ konvergente Folgen und c, d seien reelle Zahlen. Dann gilt:

- (1) $(c \cdot a_n)$ ist konvergent und $\lim(c \cdot a_n) = c \cdot \lim a_n$.
- (2) $(a_n + b_n)$ ist konvergent und $\lim(a_n + b_n) = \lim a_n + \lim b_n$.
- (3) $(a_n \cdot b_n)$ ist konvergent und $\lim(a_n \cdot b_n) = \lim a_n \cdot \lim b_n$.
- (4) Sind alle $b_n \neq 0$ und ist $\lim b_n \neq 0$, dann ist $\left(\frac{1}{b_n}\right)$ konvergent und

$$\lim \frac{1}{b_n} = \frac{1}{\lim b_n}.$$

- (4') Sind alle $b_n \neq 0$ und ist $\lim b_n \neq 0$, dann ist $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$ konvergent

$$\text{und } \lim \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim a_n}{\lim b_n}.$$

- (5) $(|a_n|)$ ist konvergent und $\lim |a_n| = |\lim a_n|$.
- (6) Ist $a_n \leq b_n$ für jedes n , dann ist $\lim a_n \leq \lim b_n$.
Ist insbesondere $a_n \leq d$ bzw. $d \leq b_n$ für jedes n , dann ist $\lim a_n \leq d$
bzw. $d \leq \lim b_n$.

Übungsaufgaben

9. Zeigen Sie: Ist (a_n) eine Nullfolge und (b_n) beschränkt, dann ist $(a_n \cdot b_n)$ eine Nullfolge.

3/3/9