

Kapitel 8

Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

8.1 Differenzierbarkeit

Satz 8.4 Sei $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, $f = (f_1, \dots, f_m)$ und $\bar{c} \in \mathbb{R}^n$.

8/1/19

Ist f in \bar{c} differenzierbar (d.h., es gibt eine lineare Abbildung $A : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, also eine $(m \times n)$ -Matrix $A = (a_{ji})_{\substack{i=1, \dots, n \\ j=1, \dots, m}}$, so daß $f(\bar{x}) = f(\bar{c}) + A(\bar{x} - \bar{c}) + o(\bar{x})$ für alle \bar{x} in einer Umgebung $U(\bar{c})$),

dann existieren alle partiellen Ableitungen $\frac{\partial f_j}{\partial x_i}(\bar{c})$, $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, m$, und es ist $a_{ji} = \frac{\partial f_j}{\partial x_i}(\bar{c})$.

(Die Abbildung A ist also eindeutig bestimmt durch die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f_j}{\partial x_i}(\bar{c})$.)

Wir befassen uns jetzt mit der Differenzierbarkeit zusammengesetzter Funktionen. Da sich die Ableitung einer Vektorfunktion auf die Ableitung ihrer reellwertigen Komponenten zurückführen läßt, werden wir uns im folgenden vorwiegend mit reellwertigen Funktionen befassen.

8/1/27