

## Kapitel 5

### Reelle Funktionen

#### 5.2 Stetigkeit

**Satz 5.2** Sei  $a \in D(f)$  und  $a$  ein Häufungspunkt von  $D(f)$ . Dann gilt: 5/2/12  
 $f$  ist in  $a$  stetig gdw  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  existiert und  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

## Kapitel 6

### Der $n$ -dimensionale euklidische Raum $\mathbb{R}^n$ ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

#### 6.2 Funktionen mit mehreren Veränderlichen

**Satz 6.9** Sei  $f : \mathbb{M}_1 \rightarrow \mathbb{M}_2$ ,  $a$  ein Häufungspunkt von  $D(f)$  und  $a \in D(f)$ . 6/2/10  
Dann gilt:  $f$  ist in  $a$  stetig gdw  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  existiert und  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

**Beweis.** Der Beweis kann völlig analog wie im Fall  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  geführt werden (vgl. Kapitel 5, Satz 5.2). Da hier aber neue Begriffe auftauchen, soll die Beweisidee noch einmal erläutert werden.

6/2/11

( $\longrightarrow$ ) Sei  $f$  in  $a$  stetig und  $\varepsilon > 0$ . Nach Definition der Stetigkeit gibt es dann ein  $\delta > 0$ , so daß für alle  $x \in D(f)$  gilt:

$$\text{Wenn } \varrho_1(x, a) < \delta, \text{ so } \varrho_2(f(x), f(a)) < \varepsilon.$$

Damit ist nach Definition des Grenzwertes:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \quad (:= c).$$

( $\longleftarrow$ ) Ist  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ , dann ist nach der Definition des Grenzwertes offenbar auch  $f$  in  $a$  stetig.  $\square$