

Kapitel 7

Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.1 Ableitung

Definition. (*Differenzierbarkeit, Ableitung, Differentialquotient*)

7/1/3

f ist an der Stelle a (oder kurz in a) differenzierbar

$\overline{\text{Df}}$ f ist in einer Umgebung $U(a)$ definiert, und es existiert $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$.

Der Limes heißt (falls er existiert) *erste Ableitung* oder *Differentialquotient* von f in a .

Bez. $f'(a) = \frac{df}{dx}(a)$.

Definition. (*rechtsseitige bzw. linksseitige Differenzierbarkeit*)

7/1/5

f ist in a rechtsseitig bzw. linksseitig differenzierbar

$\overline{\text{Df}}$ Es gibt eine Umgebung $U(a)$, so daß f in $U(a) \cap \{x : x \geq a\}$ bzw. in $U(a) \cap \{x : x \leq a\}$ definiert ist, und es existiert

$$\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x \geq a}} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \quad \text{bzw.} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x \leq a}} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}.$$

Die Limites heißen (falls sie existieren) *rechtsseitige* bzw. *linksseitige Ableitung* der Funktion f .

Übungsaufgaben

- (a) Zeigen Sie, daß für eine in a differenzierbare Funktion f im allgemeinen

7/5/1

nicht gilt: $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{|x - a|}$.

- (b) Man gebe ein Beispiel dafür an, daß die obige Gleichung erfüllt ist!