

## Kapitel 9

### Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

#### 9.2 Das bestimmte (Riemann-) Integral

**Definition.** (Zerlegung)

9/2/1

$\mathfrak{z}$  ist eine Zerlegung (oder Partition) von  $I$

$\overline{\text{Df}}$   $\mathfrak{z}$  ist eine endliche Folge  $(a_0, \dots, a_{n+1})$  von reellen Zahlen  $a_0, \dots, a_{n+1}$ , so daß  
 $a := a_0 < a_1 < \dots < a_{n+1} = b$ .

**Definition.** (Untersumme, Obersumme)

9/2/3

Sei  $f$  in  $I$  definiert und beschränkt.

(1)  $\underline{S}_f(\mathfrak{z})$  heißt *Untersumme* von  $f$  in  $I$  bei der Zerlegung  $\mathfrak{z}$

$$\overline{\text{Df}} \quad \underline{S}_f(\mathfrak{z}) := \sum_{i=0}^n (a_{i+1} - a_i) \cdot \inf_{x \in I_i} f(x).$$

(2)  $\overline{S}_f(\mathfrak{z})$  heißt *Obersumme* von  $f$  in  $I$  bei der Zerlegung  $\mathfrak{z}$

$$\overline{\text{Df}} \quad \overline{S}_f(\mathfrak{z}) := \sum_{i=0}^n (a_{i+1} - a_i) \cdot \sup_{x \in I_i} f(x).$$

#### 9.3 Integrierbarkeitskriterien

9/3/3

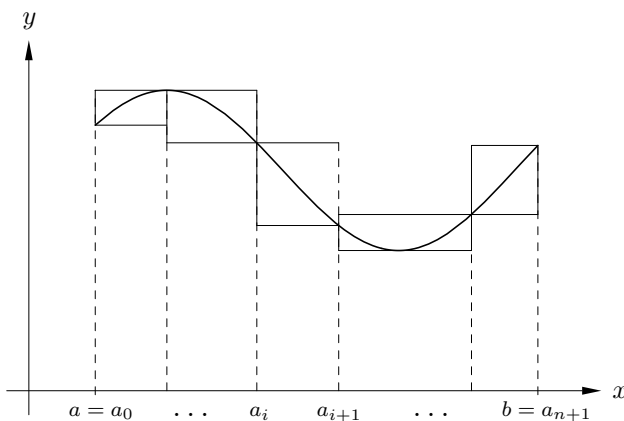


Abb. 9.7 Die Summe der Flächeninhalte der “durchgezogenen“ Rechtecke gibt die Differenz zwischen Ober- und Untersumme von  $f$  bei der betrachteten Zerlegung an.