

# Kapitel 1

## Grundbegriffe der Mengenlehre und der Logik

### Differenz und Komplement von Mengen

1/0/5

$$M \setminus N \stackrel{\text{Df}}{=} \{x : x \in M \text{ und } x \notin N\}. \quad (\text{Mengendifferenz; vgl. Abb. 1.3})$$

Ist eine Bezugsmenge  $M$  gegeben, z.B.  $M = \mathbb{R}$ , dann läßt sich auch das Komplement einer Teilmenge  $N$  von  $M$  bilden:

$$C(N) \stackrel{\text{Df}}{=} \{x : x \in M \text{ und } x \notin N\}. \quad (\text{Komplement bez. } M; \text{ vgl. Abb. 1.4})$$

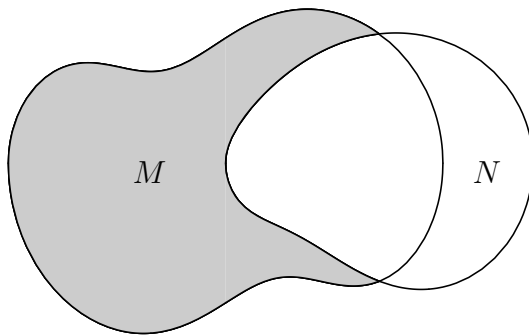


Abb. 1.3 Die schattierte Fläche symbolisiert die Differenz der Mengen.

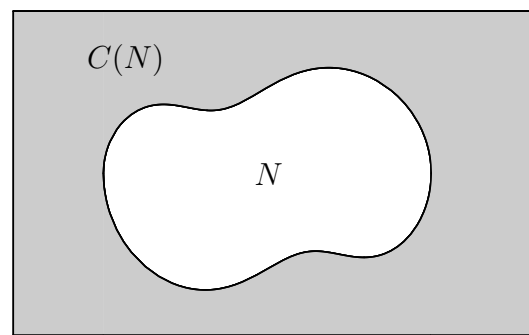


Abb. 1.4 Die schattierte Fläche symbolisiert das Komplement von  $N$  bez.  $M$ .

## Kapitel 6

### Der $n$ -dimensionale euklidische Raum $\mathbb{R}^n$ ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

#### 6.1 Der Raum $\mathbb{R}^n$

**Definition.** (*metrischer Raum*)

6/1/10

Es sei  $\mathbb{M}$  eine nicht-leere Menge und  $\varrho : \mathbb{M} \times \mathbb{M} \rightarrow \mathbb{R}$  (d.h., für  $a, b \in \mathbb{M}$  ist  $\varrho(a, b) \in \mathbb{R}$ ), so daß für alle  $a, b, c \in \mathbb{M}$  gilt:

- (1)  $\varrho(a, b) \geq 0$ , und  $\varrho(a, b) = 0 \iff a = b$ .
- (2)  $\varrho(a, b) = \varrho(b, a)$ . (Symmetrie)
- (3)  $\varrho(a, b) \leq \varrho(a, c) + \varrho(c, b)$ . (Dreiecksungleichung)

Dann ist  $\varrho$  eine *Metrik* oder *Abstandsfunktion* in  $\mathbb{M}$ , und das Paar  $(\mathbb{M}, \varrho)$  heißt *metrischer Raum*.

**Definition.** (*offene Menge*)

6/1/14

Es sei  $M \subseteq \mathbb{M}$ .

$M$  heißt *offen* (in  $\mathbb{M}$ )

$\stackrel{\text{Df}}{=} \text{Für jedes } a \in M \text{ gibt es ein } \varepsilon > 0, \text{ so daß } U_\varepsilon(a) \subseteq M.$

(Mit jedem  $a \in M$  gehört noch eine ganze  $\varepsilon$ -Umgebung zu  $M$ , vgl. auch Abb. 6.2.)

**Definition.** (*abgeschlossene Menge*)

6/1/26

Eine Menge  $M \subseteq \mathbb{M}$  ist *abgeschlossen*

$\stackrel{\text{Def}}{=} \text{Jeder H\"aufungspunkt von } M \text{ geh\"ort zu } M.$

**Satz 6.5** *Es sei  $M \subseteq \mathbb{M}$  und  $C(M)$  das Komplement von  $M$  bez.  $\mathbb{M}$ .  
Dann gilt:  $M$  ist offen gdw  $C(M)$  abgeschlossen ist.*

6/1/27