

Kapitel 2 Reelle Zahlen

2.3 Mengen von reellen Zahlen

Definition. (*Schranke*)

2/3/1

Sei $M \subseteq \mathbb{R}$ und $M \neq \emptyset$.

(1) $a \in \mathbb{R}$ ist eine *obere Schranke* von M

$\overline{\text{Df}}$ $x \leq a$ für jedes $x \in M$.

(2) $a \in \mathbb{R}$ ist eine *untere Schranke* von M

$\overline{\text{Df}}$ $a \leq x$ für jedes $x \in M$.

(3) M ist *nach oben* (bzw. *unten*) *beschränkt*

$\overline{\text{Df}}$ M besitzt eine obere (bzw. untere) Schranke.

(4) M ist *beschränkt*

$\overline{\text{Df}}$ M ist nach oben und nach unten beschränkt.

Definition. (*Häufungspunkt*)

2/3/11

Sei $M \subseteq \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R}$.

a ist ein *Häufungspunkt* von M

$\overline{\text{Df}}$ In jeder ε -Umgebung von a liegt wenigstens ein von a verschiedenes Element
($:=$ Punkt) aus M ,

(d.h., für jedes $\varepsilon > 0$ existiert ein $x \in M$ mit $x \neq a$ und $x \in U_\varepsilon(a)$).

Satz 2.11 (*Satz von Bolzano-Weierstraß*)

2/3/16

Jede unendliche und beschränkte Menge von reellen Zahlen besitzt (wenigstens) einen Häufungspunkt.