

## Kapitel 3

### Folgen von reellen Zahlen

#### 3.1 Konvergenz von Folgen

**Definition.** (*Limes superior, Limes inferior*)

3/1/27

Es sei  $(a_n)$  eine beschränkte Folge von reellen Zahlen und  $H(a_n)$  die Menge aller Häufungspunkte (oder *Limites* von konvergenten Teilfolgen) von  $(a_n)$ .

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n \left( := \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n \right) \stackrel{\text{Df}}{=} \sup H(a_n).$$

$\sup H(a_n)$  heißt *Limes superior* oder *oberer Limes* von  $(a_n)$  [:= größter Häufungspunkt in  $H(a_n)$ ].

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n \left( := \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n \right) \stackrel{\text{Df}}{=} \inf H(a_n),$$

$\inf H(a_n)$  heißt *Limes inferior* oder *unterer Limes* von  $(a_n)$  [:= kleinster Häufungspunkt in  $H(a_n)$ ].

**Definition.** (*monoton wachsend bzw. monoton fallend*)

3/1/31

Sei  $(a_n)$  eine Folge von reellen Zahlen.

(1)  $(a_n)$  ist *monoton wachsend* (bzw. *monoton fallend*)

$\stackrel{\text{Df}}{=} \text{Für jedes } n \text{ gilt: } a_n \leq a_{n+1} \text{ (bzw. } a_{n+1} \leq a_n \text{).}$

(2)  $(a_n)$  ist *streng monoton wachsend* (bzw. *streng monoton fallend*)

$\stackrel{\text{Df}}{=} \text{Für jedes } n \text{ gilt: } a_n < a_{n+1} \text{ (bzw. } a_{n+1} < a_n \text{).}$

Für „monoton wachsend“ bzw. „monoton fallend“ schreiben wir gelegentlich auch einfach „*monoton*“.

3/1/32

#### Schwerpunkte für die Wiederholung von Kapitel 3

- Definitionen:  $\underline{\lim}$ ,  $\overline{\lim}$ , Monotonie bei Zahlenfolgen;

3/4/7