

## Kapitel 8

### Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

#### 8.1 Differenzierbarkeit

**Definition.** (*Differenzierbarkeit, Ableitung*)

8/1/1

Sei  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  und  $\bar{c} \in \mathbb{R}^n$ .

$f$  ist in  $\bar{c}$  differenzierbar (oder total differenzierbar)

$\overline{\text{Df}}$   $f$  ist in einer Umgebung  $U(\bar{c})$  definiert, und es existiert eine lineare Abbildung  $A : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  und eine Funktion  $o(\bar{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  mit der Eigenschaft

$$\lim_{\bar{x} \rightarrow \bar{c}} \frac{o(\bar{x})}{|\bar{x} - \bar{c}|} = \bar{0}, \text{ so daß für jedes } \bar{x} \in U(\bar{c}) \text{ gilt: } f(\bar{x}) = f(\bar{c}) + A \cdot (\bar{x} - \bar{c}) + o(\bar{x}).$$

Die Matrix  $A$  heißt dann 1. Ableitung von  $f$  an der Stelle  $\bar{c}$ .

**Bez.:**  $A := f'(\bar{c})$ .

#### Übungsaufgaben

2. Bestimmen Sie die (totale) Ableitung der folgenden Funktionen:

8/5/2

(a)  $f(x, y) = \sin(x^2 + y^2),$

(c)  $f(x, y) = \arctan \frac{x}{y},$

(b)  $f(x, y) = \ln \tan \frac{x}{y},$

(d)  $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$