

Kapitel 8

Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

8.4 Implizite Funktionen

Definition. (*implizit definierte Funktionen mit mehreren Veränderlichen*)

8/4/9

Sei $f : \mathbb{R}^{n+m} \rightarrow \mathbb{R}^m$, $\bar{a} = (a_1, \dots, a_n)$, $\bar{b} = (b_1, \dots, b_m)$, $\bar{c} = (\bar{a}, \bar{b})$ und f in einer Umgebung $U(\bar{c}) \subseteq \mathbb{R}^{n+m}$ definiert und $f(\bar{c}) = \bar{0}$.

Weiterhin seien $\varepsilon, \delta > 0$, jedoch so klein, daß $U_\delta(\bar{a}) \times U_\varepsilon(\bar{b}) \subseteq U(\bar{c})$.

Durch die Gleichung $f(\bar{x}, \bar{y}) = \bar{0}$ ist in der Umgebung $U_\delta(\bar{a})$ eine Funktion

$g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ implizit definiert

$\stackrel{=}{\text{Df}}$ Für jedes $\bar{x} \in U_\delta(\bar{a})$ gibt es genau ein $\bar{y} \in U_\varepsilon(\bar{b})$, so daß $f(\bar{x}, \bar{y}) = \bar{0}$ und $\bar{y} = g(\bar{x})$ (insbesondere ist $\bar{b} = g(\bar{a})$).