

## Kapitel 8

### Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

#### 8.1 Differenzierbarkeit

**Definition.** (*Differenzierbarkeit, Ableitung*)

8/1/1

Sei  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  und  $\bar{c} \in \mathbb{R}^n$ .

$f$  ist in  $\bar{c}$  differenzierbar (oder total differenzierbar)

$\overline{\text{Df}}$   $f$  ist in einer Umgebung  $U(\bar{c})$  definiert, und es existiert eine lineare Abbildung  $A : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  und eine Funktion  $o(\bar{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  mit der Eigenschaft

$$\lim_{\bar{x} \rightarrow \bar{c}} \frac{o(\bar{x})}{|\bar{x} - \bar{c}|} = \bar{0}, \text{ so daß für jedes } \bar{x} \in U(\bar{c}) \text{ gilt: } f(\bar{x}) = f(\bar{c}) + A \cdot (\bar{x} - \bar{c}) + o(\bar{x}).$$

Die Matrix  $A$  heißt dann 1. Ableitung von  $f$  an der Stelle  $\bar{c}$ .

**Bez.:**  $A := f'(\bar{c})$ .

#### 8.3 Der Satz von Taylor; lokale Extrema für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

**Satz 8.10** (*Mittelwertsatz der Differentialrechnung mit mehreren Veränderlichen*)

8/3/1

Sei  $M \subseteq \mathbb{R}^n$  offen und  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  eine in  $M$  differenzierbare Funktion. Weiterhin seien  $\bar{a}, \bar{b} \in M$  und die Verbindungsstrecke  $s(\bar{a}, \bar{b})$  zwischen  $\bar{a}$  und  $\bar{b}$  gehöre zu  $M$ . Dann gibt es ein  $\bar{c} \in s(\bar{a}, \bar{b})$  mit  $\bar{c} \neq \bar{a}, \bar{b}$ , so daß  $f(\bar{b}) - f(\bar{a}) = f'(\bar{c}) \cdot (\bar{b} - \bar{a})$ .