

## Kapitel 5 Reelle Funktionen

### 5.2 Stetigkeit

**Definition.** (*uneigentlicher Grenzwert*)

5/2/7

Sei  $a$  ein Häufungspunkt von  $D(f)$ .

$f$  hat an der Stelle  $a$  den *uneigentlichen Grenzwert*  $\infty$  (bzw.  $-\infty$ )

$\overline{\text{Df}}$  Für jedes  $c \in \mathbb{R}$  existiert ein  $\delta > 0$ , so daß für jedes  $x \in D(f)$  mit  $x \neq a$  gilt: Wenn  $|x - a| < \delta$ , so  $f(x) > c$  (bzw.  $f(x) < c$ ).

**Bez.:**  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$  (bzw.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ )

**Definition.** (*Grenzwert im Unendlichen*)

5/2/9

Es sei  $a \in \mathbb{R}$  und  $D(f) = [a, \infty)$  (bzw.  $D(f) = (-\infty, a]$ ).

$f$  besitzt für  $x \rightarrow \infty$  (bzw. für  $x \rightarrow -\infty$ ) den *Grenzwert*  $c$

$\overline{\text{Df}}$  Für jedes  $\varepsilon > 0$  gibt es ein  $b \in \mathbb{R}$ , so daß für jedes  $x \in D(f)$  gilt:  
Wenn  $x > b$  (bzw.  $x < b$ ), so  $|f(x) - c| < \varepsilon$ .

**Bez.:**  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = c$  (bzw.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = c$ )

### 5.3 Elementare Funktionen

**Definition.** Für  $x \in \mathbb{R}$  sei  $e^x \stackrel{\text{Df}}{=} \exp(x)$ .

5/3/22

**Satz 5.12** Für  $e^x$  gilt:

5/3/24

(1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x = \infty$  und  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ .

(2)  $e^x$  nimmt jeden Wert  $y > 0$  genau einmal an  
( $\implies W(e^x) = \{y : y > 0\} = (0, \infty)$ ).