

Kapitel 7

Differentialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

7.1 Ableitung

Definition. (*höhere Ableitungen*)

7/1/28

Sei f in $U(a)$ differenzierbar und f' die 1. Ableitung von f in $U(a)$.

f ist in a zweimal differenzierbar

$\overline{\text{Df}}$ f' ist in a differenzierbar;

$f''(a) := (f')'(a)$ heißt 2. Ableitung von f in a .

Induktiv definiert man n -mal differenzierbar und die n -te Ableitung von f in a .

Bez. $f^{(n)}(a) = \frac{d^n f}{dx^n}(a)$; $f^{(0)}(a) := f(a)$.

7.3 Anwendungen der Differentialrechnung; Grenzwerte für Quotienten von Funktionen

Definition. (*lokales Extremum*)

7/3/19

Sei $a < b$, f in $I = (a, b)$ definiert und $c \in I$.

f besitzt an der Stelle c (oder kurz in c) ein lokales oder relatives Extremum
(:= lokales Maximum bzw. lokales Minimum)

$\overline{\text{Df}}$ Es gibt eine Umgebung $U(c)$, so daß für jedes $x \in U(c)$ mit $x \neq c$ gilt:

$f(c) > f(x)$ für ein lokales Maximum und

$f(c) < f(x)$ für ein lokales Minimum.

Satz 7.17 Sei $a < b$, f in $I = (a, b)$ $2n$ -mal differenzierbar und $c \in I$.

7/3/26

Ist $f'(c) = \dots = f^{(2n-1)}(c) = 0$ und $f^{(2n)}(c) > 0$ (bzw. $f^{(2n)}(c) < 0$),
dann besitzt f in c ein lokales Minimum (bzw. ein lokales Maximum).