

Kapitel 5 Reelle Funktionen

5.2 Stetigkeit

Definition. (*stetig in einer Menge*)

5/2/3

Sei $M \subseteq \mathbb{R}$.

(1) f ist *stetig in* M

$\overline{\text{Df}}$ f ist in jedem Punkt $a \in M$ stetig.

(2) f ist *stetig*

$\overline{\text{Df}}$ f ist im gesamten Definitionsbereich $D(f)$ stetig.

Satz 5.2 Sei $a \in D(f)$ und a ein Häufungspunkt von $D(f)$. Dann gilt:
 f ist in a stetig gdw $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existiert und $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

5/2/12

Satz 5.3 (*Folgenstetigkeit*)

5/2/14

Es sei $a \in D(f)$. Dann gilt:

f ist in a stetig gdw für jede Folge (x_n) mit $x_n \in D(f)$ gilt:

Wenn $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, so $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(a)$.

Übungsaufgaben

11. Prüfen Sie, ob die folgenden Funktionen in a stetig sind:

5/5/11

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-2x-3}{x^2-x-2} & \text{für } x \neq -1; 2, \\ \frac{4}{3} & \text{für } x = -1, \end{cases} \quad a = -1,$$

$$(b) \quad f(x) = \begin{cases} \cos \frac{1}{x} & \text{für } x \neq 0, \\ 1 & \text{für } x = 0, \end{cases} \quad a = 0.$$