

# Kapitel 10

## Ausblicke auf die Integralrechnung für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

### 10.1 Doppelintegrale

#### Integrale über „komplizierteren“ Bereichen

10/1/29

#### Definition. (*Doppelintegral*)

Es seien  $B_1, \dots, B_k$   $x$ -einfache bzw.  $y$ -einfache Bereiche, die höchstens Randpunkte gemeinsam haben, und es sei  $B = \bigcup_{i=1}^k B_i$ . Weiterhin sei  $f(x, y)$  im Inneren von jedem  $B_i$  stetig.

Dann vereinbaren wir:

$$\iint_B f(x, y) \, dx dy \stackrel{\text{Def}}{=} \sum_{i=1}^k \iint_{B_i} f(x, y) \, dx dy.$$

$\iint_B f(x, y) \, dx dy$  heißt *Doppelintegral* (oder kurz *Integral*) von  $f$  über  $B$ .

Bereiche  $B$  dieser Art könnten z.B. folgendermaßen aussehen.

10/1/30

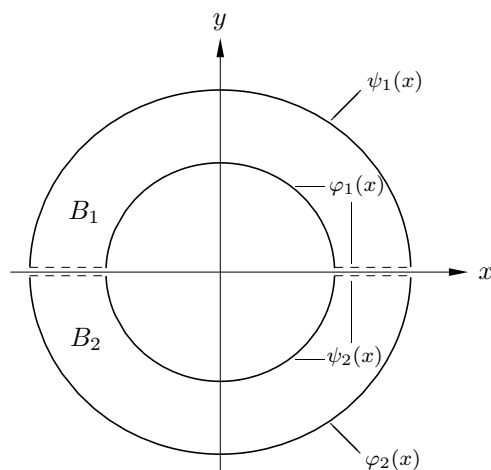


Abb. 10.10 zeigt einen Kreisring, der entlang der  $x$ -Achse aufgeschnitten wurde, so daß sich zwei  $x$ -einfache Bereiche ergeben.

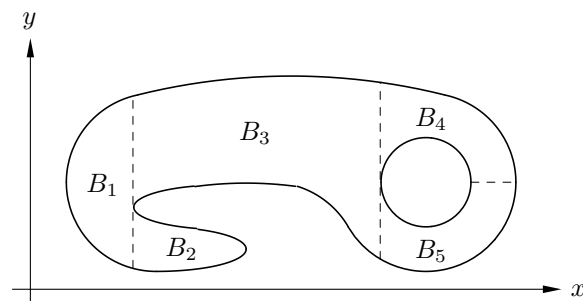


Abb. 10.11 zeigt die Zerlegung eines Bereiches in  $x$ - bzw.  $y$ -einfache Teilbereiche.  $B_1$  ist z.B.  $y$ -einfach und  $B_2$   $x$ -einfach. Es sind auch andere Zerlegungen in einfache Teilbereiche möglich. In den praktischen Anwendungen erfolgt die Zerlegung jeweils so, daß die Integration am einfachsten ausführbar ist.