

Kapitel 6

Der n -dimensionale euklidische Raum \mathbb{R}^n ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

6.1 Der Raum \mathbb{R}^n

Definition. (Konvergenz in metrischen Räumen)

6/1/35

Sei (x_n) eine Folge in \mathbb{M} und $a \in \mathbb{M}$.

(x_n) konvergiert gegen a (in \mathbb{M})

$\stackrel{=}{\text{Df}}$ Für jedes $\varepsilon > 0$ gibt es ein n_0 , so daß für jedes $n \geq n_0$ gilt: $\varrho(x_n, a) < \varepsilon$
(d.h., für fast alle n ist der Abstand zwischen x_n und a kleiner als ε , oder in jeder ε -Umgebung von a liegen fast alle Folgenglieder).

Bez.: $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ oder kurz $x_n \rightarrow a$.

Satz 6.7 Ist (\bar{x}_i) eine Folge in \mathbb{R}^n und $\bar{a} \in \mathbb{R}^n$, dann gilt:

6/1/37

(\bar{x}_i) konvergiert gegen $\bar{a} \iff$ für jedes $k = 1, \dots, n$ konvergiert $(x_{ki})_{i=0,1,2,\dots}$ gegen a_k . (D.h., Konvergenz in \mathbb{R}^n ist komponentenweise Konvergenz.)