

Kapitel 9

Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

9.3 Integrierbarkeitskriterien

Satz 9.8 (Riemannsches Integrierbarkeitskriterium)

9/3/1

Sei f in $I = [a, b]$ definiert und beschränkt. Dann gilt: f ist in I integrierbar gdw für jedes $\varepsilon > 0$ eine Zerlegung \mathfrak{z} von I existiert, so daß $\overline{S}_f(\mathfrak{z}) - \underline{S}_f(\mathfrak{z}) < \varepsilon$.

Kapitel 10

Ausblicke auf die Integralrechnung für Funktionen mit mehreren Veränderlichen

10.1 Doppelintegrale

Bemerkung. Völlig analog wie im eindimensionalen Fall gelten auch hier

10/1/10

(1) die Sätze über Zwischensummen

(ein Zwischenstellensystem $\bar{\tau}$ bei einer Zerlegung $\bar{\mathfrak{z}} = \{D_{ij} : 0 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq m\}$ ist gegeben durch $\bar{\tau} = \{\bar{\xi}_{ij} \in D_{ij} : 0 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq m\}$, wobei $\bar{\xi}_{ij}$ beliebig in D_{ij} zu wählen ist und die entsprechende Zwischensumme durch $S_f(\bar{\mathfrak{z}}, \bar{\tau})$ definiert ist),

(2) das Riemannsches Integrierbarkeitskriterium,

(3) stetige Funktionen sind integrierbar,

(4) beschränkte Funktionen mit höchstens endlich vielen Unstetigkeitsstellen sind integrierbar.

Die Beweise verlaufen ähnlich wie für Funktionen mit einer Veränderlichen.

Weiterhin gilt:

Übungsaufgaben

2. Beweisen Sie das Riemannsches Integrierbarkeitskriterium (für Doppel- und Dreifachintegrale).

10/3/2