

Kapitel 3 Folgen von reellen Zahlen

3.1 Konvergenz von Folgen

Definition.

3/1/2

- (1) (a_n) *konvergiert* (oder ist *konvergent*) in \mathbb{R}
 $\overline{\text{Df}}$ Es existiert ein $a \in \mathbb{R}$, so daß (a_n) gegen a konvergiert.
- (2) (a_n) *divergiert* (oder ist *divergent*) in \mathbb{R}
 $\overline{\text{Df}}$ (a_n) ist nicht konvergent in \mathbb{R} .

Satz 3.3 Jede konvergente Folge ist beschränkt.

3/1/14

Satz 3.4 Jede beschränkte Folge besitzt wenigstens einen Häufungspunkt.

3/1/17

Definition. (*Limes superior, Limes inferior*)

3/1/27

Es sei (a_n) eine beschränkte Folge von reellen Zahlen und $H(a_n)$ die Menge aller Häufungspunkte (oder *Limites* von konvergenten Teilfolgen) von (a_n) .

$\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n \left(:= \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n \right) \overline{\text{Df}} \sup H(a_n).$

$\sup H(a_n)$ heißt *Limes superior* oder *oberer Limes* von (a_n) $[:=$ größter Häufungspunkt in $H(a_n)$].

$\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n \left(:= \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n \right) \overline{\text{Df}} \inf H(a_n), .$

$\inf H(a_n)$ heißt *Limes inferior* oder *unterer Limes* von (a_n) $[:=$ kleinster Häufungspunkt in $H(a_n)$].

Übungsaufgaben

6. Zeigen Sie: Für beschränkte Folgen (a_n) von reellen Zahlen sind die nachfolgenden Bedingungen äquivalent:

3/3/6

- (a) (a_n) ist konvergent,
- (b) (a_n) besitzt genau einen Häufungspunkt,
- (c) $\underline{\lim} a_n = \overline{\lim} a_n$.