

## Kapitel 5

### Reelle Funktionen

#### 5.1 Operationen für Funktionen

**Definition.** (*Verkettung von Funktionen*)

5/1/1

Es seien  $g : A \rightarrow B$  und  $f : B \rightarrow C$  Funktionen, so daß  $W(g) = g(A) \subseteq D(f)$ . Die Funktion  $h : A \rightarrow C$  heißt *Verkettung* oder *Hintereinanderausführung* von  $f$  und  $g$

$$\stackrel{\text{Def}}{=} h = \{(a, c) : (a, b) \in g \text{ und es gibt ein } b \in B, \text{ so daß } (a, b) \in f \text{ und } (b, c) \in g\}.$$

**Bez.:**  $h = f \circ g$ , (d.h., für jedes  $x \in D(g)$  ist  $h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x))$ ).

**Definition.** (*inverse Funktion*)

5/1/3

Es sei  $f$  injektiv.

$g$  ist *Umkehrfunktion* oder *inverse Funktion* von  $f$

$\stackrel{\text{Def}}{=} (a, b) \in g \text{ gdw } (b, a) \in f, \text{ (d.h., } g(a) = b \iff f(b) = a.)$

**Bez.:**  $g = f^{-1}$ .

**Definition.** (*rationale Operationen für Funktionen*)

5/1/15

Es seien  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . *Summe, Differenz, Produkt und Quotient* von  $f$  und  $g$  sind wie folgt definiert:

(1)  $(f \pm g)(x) \stackrel{\text{Def}}{=} f(x) \pm g(x)$  für alle  $x \in D(f) \cap D(g)$ .

(2)  $(f \cdot g)(x) \stackrel{\text{Def}}{=} f(x) \cdot g(x)$  für alle  $x \in D(f) \cap D(g)$ .

(3)  $\left(\frac{f}{g}\right)(x) \stackrel{\text{Def}}{=} \frac{f(x)}{g(x)}$  für alle  $x \in D(f) \cap D(g)$  und  $g(x) \neq 0$ ;

folglich ist  $D\left(\frac{f}{g}\right) = D(f) \cap D(g) \cap \{x : g(x) \neq 0\}$ .

#### Schwerpunkte für die Wiederholung von Kapitel 5

- Operationen für reellwertige Funktionen (rationale Operationen, Verkettung, Inversenbildung),

5/6/2