

Kapitel 5 Reelle Funktionen

5.2 Stetigkeit

Definition. (*stetig in einer Menge*)

5/2/3

Sei $M \subseteq \mathbb{R}$.

(1) f ist *stetig in* M

$\overline{\text{Df}}$ f ist in jedem Punkt $a \in M$ stetig.

(2) f ist *stetig*

$\overline{\text{Df}}$ f ist im gesamten Definitionsbereich $D(f)$ stetig.

Kapitel 9 Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

9.2 Das bestimmte (Riemann-) Integral

Definition. (*Unterintegral, Oberintegral, Integral*)

9/2/9

Es sei f in I definiert und beschränkt.

Die obere Grenze (= Supremum) der Menge aller Untersummen heißt *Unterintegral* von f in I , und die untere Grenze (= Infimum) der Menge aller Obersummen heißt *Oberintegral* von f in I .

$$\text{Bez.: } \int_{\frac{a}{-}}^b f(x) dx \quad \text{bzw.} \quad \int_a^{\frac{b}{-}} f(x) dx \quad \text{oder auch} \\ \int_{-a}^b f(x) dx \quad \text{bzw.} \quad \int_a^{\overline{b}} f(x) dx.$$

Sind Unter- und Oberintegral von f in I gleich, dann heißt f in I (*bestimmt*) *integrierbar*, und der gemeinsame Wert von Unter- und Oberintegral heißt *bestimmtes* (*Riemann-*) *Integral* oder einfach *bestimmtes Integral* von f in I .

$$\text{Bez.: } \int_a^b f(x) dx \quad \text{oder auch} \quad \int_a^b f(x) dx$$

9.5 Mittelwertsätze der Integralrechnung

Wir werden jetzt mit Hilfe des bestimmten Integrals mit veränderlicher oberer Grenze neue Funktionen definieren. Dazu sei zunächst f eine in dem Intervall I definierte und beschränkte Funktion. Dann ist offenbar für jedes $x \in I$ die Funktion f in jedem Teilintervall $[a, x] \subseteq I$ bestimmt integrierbar. Damit ist jedem $x \in I$ durch $\int_a^x f(t) dt$ ein bestimmter Wert $F(x)$ zugeordnet, d.h., durch $F(x) := \int_a^x f(t) dt$ ist in I eine Funktion definiert. Wir leiten jetzt einige Eigenschaften dieser Funktion her.

9/5/8

Satz 9.17 Ist f in I integrierbar und $x \in I$, dann ist die durch
$$F(x) := \int_a^x f(t) dt$$
 definierte Funktion F in I stetig.

9/5/9
