

Kapitel 6

Der n -dimensionale euklidische Raum \mathbb{R}^n ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

6.1 Der Raum \mathbb{R}^n

6/1/33

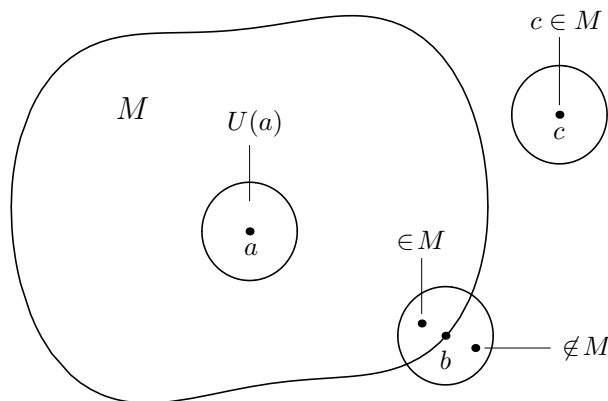


Abb. 6.5 a ist ein innerer Punkt von M , da mit a noch eine ganze Umgebung von a zu M gehört. b ist ein Randpunkt von M , denn in jeder Umgebung von b liegt ein Punkt aus M und ein Punkt, der nicht zu M gehört. c ist isolierter Punkt von M , denn $c \in M$, und es gibt eine Umgebung von c , in der kein weiterer Punkt aus M liegt.

Bemerkungen.

- (1) Randpunkte von M müssen nicht zu M gehören.
- (2) M ist offen gdw jeder Punkt aus M innerer Punkt von M ist.
- (3) M ist abgeschlossen gdw der *Rand* von M ($:=$ Menge aller Randpunkte von M) zu M gehört.
- (4) Nicht jede Menge ist offen oder abgeschlossen.
- (5) Es gibt Mengen, die offen und abgeschlossen sind.

Beweis. (1). Beispiel: Das Intervall $M = (0, 1)$ in \mathbb{R} .

6/1/34

(2) ist nach Definition trivial.

(3). Randpunkte sind offenbar Häufungspunkte oder isolierte Punkte. Daraus folgt die Behauptung.

(4). Beispiel: $\mathbb{M} = \mathbb{R}$ und $M = [0, 1)$.

(5). Beispiel: $\mathbb{M} = \mathbb{R}$ und $M = \mathbb{R}$ oder $M = \emptyset$. \square

Wir betrachten jetzt Folgen (x_n) in \mathbb{M} , d.h., für jede natürliche Zahl n ist $x_n \in \mathbb{M}$.