

Kapitel 8

Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Veränderlicher (Einführung)

8.1 Differenzierbarkeit

Satz 8.6 (*Differentiation rationaler Funktionen*)

8/1/28

Seien $f, g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ und f, g in \bar{c} differenzierbar. Dann gilt:

(1) $f \pm g$ und $f \cdot g$ sind in \bar{c} differenzierbar, und es ist

$$(f \pm g)'(\bar{c}) = f'(\bar{c}) \pm g'(\bar{c}) \quad \left(\implies d(f \pm g) = df \pm dg \right),$$

$$(f \cdot g)'(\bar{c}) = f'(\bar{c}) \cdot g(\bar{c}) + f(\bar{c}) \cdot g'(\bar{c}) \quad \left(\implies d(f \cdot g) = g \cdot df + f \cdot dg \right).$$

(2) Ist $g(\bar{x}) \neq 0$ für jedes \bar{x} in einer Umgebung $U(\bar{c})$, dann ist $\frac{f}{g}$ in \bar{c} differenzierbar, und es ist

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(\bar{c}) = \frac{f'(\bar{c}) \cdot g(\bar{c}) - f(\bar{c}) \cdot g'(\bar{c})}{g^2(\bar{c})} \quad \left(\implies d\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{g \cdot df - f \cdot dg}{g^2} \right).$$

Satz 8.8 (*Kettenregel*)

8/1/32

Es sei $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ und $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^k$ (also $f \circ g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$).

Ist g in \bar{c} und f in $g(\bar{c})$ differenzierbar, dann ist $f \circ g$ in \bar{c} differenzierbar, und es ist $(f \circ g)'(\bar{c}) = f'(g(\bar{c})) \cdot g'(\bar{c})$.

(Das Produkt der „inneren“ und der „äußeren“ Ableitung ist ein Produkt von Matrizen.)

Schwerpunkte für die Wiederholung von Kapitel 8

- Differenzierbarkeit zusammengesetzter Funktionen,

8/6/5