

**Bez.:**  $F(x) := \int_{x_0}^x f(t)dt := \int_{x_0}^x f(x)dx.$

Aus drucktechnischen Gründen schreiben wir für  $\int_{x_0}^x \cdots$  auch  $\int_{x_0}^x \cdots$ .

Offenbar gilt  $F'(x) = \left( \int_{x_0}^x f(x) dx \right)' = f(x)$ .

**Satz 9.3** (*partielle Integration*)

9/1/13

Es seien  $f$  und  $g$  in  $I$  definiert. Besitzt  $f$  in  $I$  eine Stammfunktion  $F$  und ist  $g$  in  $I$  differenzierbar und besitzt  $F \cdot g'$  in  $I$  eine Stammfunktion, dann besitzt auch  $f \cdot g$  in  $I$  eine Stammfunktion, und es ist

$$\int f(x)g(x) dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x) dx.$$

**Beweis.** Es sei  $x_0 \in I$  und o.B.d.A. sei  $F$  die Stammfunktion von  $f$  in  $I$ , die an der Stelle  $x_0$  Null wird. Weiterhin sei

9/1/14

$$h(x) := F(x)g(x) - \int_{x_0}^x F(x)g'(x) dx.$$

Dann ist  $h$  als Differenz zweier differenzierbarer Funktionen wieder differenzierbar in  $I$ , und es gilt

$$h'(x) = \underbrace{F'(x)}_{=f(x)} g(x) + F(x)g'(x) - F(x)g'(x) = f(x)g(x).$$

Folglich ist  $h$  die Stammfunktion von  $f \cdot g$  in  $I$ , die an der Stelle  $x_0$  Null wird. Hieraus folgt die Behauptung.  $\square$